国立天文台報　第10巻，23-41(2007)

電波シーイングモニタに捉えられた高速現象の観測モデル構築に関する理論的考察
—ALMA 観測における位相補償の実現を目指して

石崎秀晴

(2006 年 4 月 28 日受理)

Theoretical Consideration about the Observational Modeling of the Fast Phenomena Found with the Radio Seeing Monitors.
—Aiming at Realization of Phase Compensation for the ALMA Observations.

Hideharu Ishizaki

Abstract

The fast phenomena were observed by two pairs of the Radio Seeing Monitors installed in series at the ALMA site. We showed in our previous report that phenomena come from the plasma bubble which is also known as the equatorial spread F of the ionosphere. As a next step, an observational model is necessary to identify the occurrence of the fast phenomena. In this report, we did some fundamental consideration to build the model. The growth of the plasma bubble is explained by a theory of the Rayleigh-Taylor instability. In the explanation, generating the oscillation in the ionospheric boundary by the internal gravity wave plays an important role. By examining the dispersion relations of the fast phenomena we understand that the phenomena are either the external gravity wave or the Lamb wave. Therefore, we studied if the Lamb wave of the neutral gas can cause the oscillation in the ionospheric boundary. As a result, we understood the following points. The oscillation of the ionospheric boundary was generated by the Lamb wave occurring in the neutral gas. The oscillation was a transverse wave, and traveled in phase velocity of the speed of sound horizontally. The oscillation was a non dispersive wave.

1．はじめに

ALMA サイト上空を 300 m s^{-1} もの速度で何かが西から東へ伝播するような現象が，サイトに設置された電波シーイングモニタ（Radio Seeing Monitor）で観測された．この現象を高速現象と呼び，電離圏Ｆ層における擾乱であるプラズマバブル（plasma bubble）の発生と同期していることが分かった [1)]．

プラズマバブルとは 1940 年代から赤道スプレッドＦ [2,3)]（Equatorial Spread F）として知られてきた現象である．これはＦ層において観測電波の波長程度の小さいスケールの電子密度の空間分布に乱れが発生して観測電波が散乱される現象である [4)]．RSM でも高速現象が出現したときに衛星電波の受信周波数 11.2 GHz（波長 2.7 cm）において位相変動（10 秒間の r.m.s. 値）約 5 °，および，振幅変動 3〜5 dB が観測されている．

プラズマバブルについて少し具体的に説明すると，夜間に電離層で最もプラズマ密度の高いＦ層において，その下部境界面（高度 150 〜300 km）にゆらぎが生じるとレイリー・テイラー不安定性（Rayleigh-Taylor instability）によってこれが大きく発達し，ついには境界面下のプラズマ密度の低い大気の一部が分離して泡（bubble）状となりＦ層内に吹き上がり，ときには電離圏上端（約 1000 km）にまで達する現象である [3,5,6)]．

バブルの直径は数 10 km から数 100 km である．これが鉛直方向へ数 10 m s^{-1} でドリフトするとともに水平方向へも東向きに最大 300 m s^{-1} 以上の速度でドリフトする [7)]．

RSM で観測された高速現象は発生時刻や継続時間が，ほぼ同時刻から数十分程度の遅れを伴いながらプラズマバブルと同期していた．これは観測点の位置関係，ドリフト速度を考慮すると矛盾がない．加えて，位相変動のみならず振幅変動を伴うこと，時刻と季節による発生数の増減，発生時刻と伝播速度の変化の傾向などの特徴が合致して

いた [1].

したがって，伝播速度を含め，上に掲げた多くの点で高速現象はプラズマバブルであることを示唆しており，RSM が捉えたものは何かという問題はほぼ解決したと考えられる．

ALMA の位相補償を目指すためには，つぎの目標は高速現象の発生を同定するための観測モデルの構築である．

そこで，電離圏の現象としての高速現象に対する観測モデル構築のための基礎的な考察を行った．

以後，2 節で，参考となるプラズマバブルの成長モデルの一種を紹介し，3 節で，観測モデルが備えるべき条件を示す．4 節は電離層について説明し，5 節において運動を記述する基礎方程式と電離層プラズマを解析する上での近似と仮定を列挙する．6 節で高速現象の運動学的特性を明らかにし，7 節では具体的な観測モデルの候補を提示する．8 節は電離層に適応されたレイリー・テイラー不安定性を説明し，9 節でひとつの候補の可能性を解析した．10 節は，その結果を吟味する．11 節でまとめる．

2．プラズマバブルと内部重力波

プラズマバブルの発達はレイリー・テイラー不安定性で説明される．密度の異なる二つの静止した流体層が水平面を境に重力場中で接しているとき，上の流体層の密度が下の流体層の密度より大きければ，その密度成層は不安定であり，このとき生じる不安定性がレイリー・テイラー不安定性である [8].

はじめ静止している境界面にわずかなゆらぎが生じれば，上下層の流体が互いにわずかに混入することになる．これが拡散によって均一化されるには長い時間を要するから，混入した直後には，上層に混入した低密度の流体には浮力が生じ，下層に混入した高密度の流体には重力に増して下向きの力が加えられる．すると，上下層へ混入した流体は上昇・下降し，流入量もますます増加してマッシュルーム状の対流が発達する（前報 [1] の図 20）.

電離層境界面に生じるレイリー・テイラー不安定性は電磁気作用も加わるので多少複雑化するが本質的には上記の説明と同じ状況が生じる（8 節参照）.

一般に，レイリー・テイラー不安定性は，境界面を挟んで重力と密度勾配のベクトルの向きが互いに逆向きな力学平衡の状態があり，このとき境界面にゆらぎが生じると，ゆらぎの振幅が発達することを主張する．境界面に生じるゆらぎは，自然に加えられる擾乱や刺激などであり，その種類や状態は規定されていない．むしろ，外的要因によって必然的に生じることが仮定されているといってよいであろう．

プラズマバブルでは，F 層下部境界面が平均高度 350 km 程度を中心として，振幅約 100〜200 km で周期約 100 分（波長約 700 km）の正弦波的な境界面ゆらぎ（境界面高度変動）が約 4 時間（ほぼ 2 周期）程度継続している際に，境界面高度がピークに達したとき，および下降局面において複数（6 個）のバブル発生がレーダーにより観測されている例がある [9−11]．この境界面のゆらぎは内部重力波（internal gravity wave）によるものであり，これがプラズマバブルの種となったと考えられている．

さらに内部重力波が進行波であるとき，その位相速度（数百 $\mathrm{m\,s^{-1}}$）とプラズマバブルの水平ドリフト速度は共鳴するとされている [7,9].

したがって，プラズマバブルは内部重力波によって生じた境界面のゆらぎの不安定性が成長して発生し，その際には，水平ドリフト速度が内部重力波の位相速度と共鳴する，という成長モデルが成り立つように見える．実際，これは専門家の間でも，プラズマバブルの原因に対する説明のひとつとして広く受容れられているように見受けられ，さらにその証拠固めやメカニズムの精密化などに関する観測的，理論的な研究が行われている [3,6].

内部重力波とは，大気中を伝播する波動である大気重力波（atomospheric gravity wave）の一種である．これらも，静力学平衡のもとで密度成層している大気の内部に生じるゆらぎが波動として伝播することによって生じている．内部重力波の一例として，一様風が山脈に当たり，山脈の風下

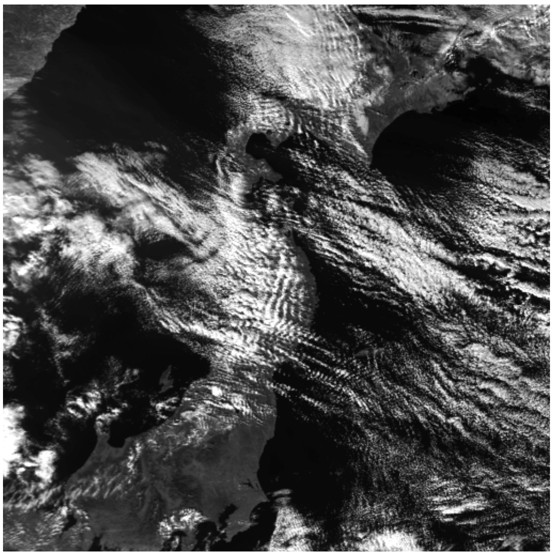


図1　2005 Dec 01 of NOAA AVHRR Image from JAIDAS. [12]

2005 年 12 月 1 日の東日本上空の NOAA 画像．東北地方において奥羽山脈の風下側に規則的に並ぶ雲列（山岳波）が見られる．東北大学東北アジア研究センター「東北大学ノア画像データベース／日本画像データベース（JAIDAS)」より，同センター工藤純一教授の許可の下に転載.

側に発生していることを示唆する衛星写真[12]を図1に示す．波面の峰の部分に雲が生じている．山によって励起される内部重力波は山岳波（mountain waves）または風下波（lee waves）と呼ばれる．このような対流圏における波長が数十 km から千 km 程度のスケールの内部重力波が，電離層境界面にゆらぎを生じさせ得ることは容易に想像される．

３．観測モデルの条件

RSM の観測モデルを構築するに当たって，前節の成長モデルをそのまま適用するには難点がある．

RSM 観測におけるデータ解析の手順は前報[1]に詳述してあるが，静止衛星のドリフト運動に伴う観測データの日周成分を除去するために 10 分毎に二次曲線フィッティングし，その残差を位相データとして解析している．RSM-A と RSM-B の位相データの相互相関関数からスクリーン速度を計算するという処理が施されるので，現象の可干渉性が保たれる時間（coherent time）が問題となる．現実的に 10 分程度以上が必要である．そうでなければ，ノイズとみなされ相関係数を低下させるだけである．この点から，300 m s^{-1} で水平方向へドリフトしているプラズマバブルの直径が 10 km とすると，RSM 上空を 30 秒程度で通過してしまって，RSM 観測に掛からないと思われる．しかし，高速現象はひとたび発生すると長時間（多くは３時間程度）連続的（ときには断続的）に観測され続けていた[1]．

さらに RSM は，300 m 間隔に置かれた二台のアンテナの受信電波の位相差を信号としており，空間的な微分または差分されたデータであるとも言える．よって，現実的には平均（中央値）数 km 程度の空間構造の運動を観測しており，数十 km 以上のスケールの運動の観測には向いてない．

以上から，RSM はプラズマバブルのドリフト運動そのものを捉えていた可能性は低いと考えられる．それでは，その種と考えられる内部重力波を観測した可能性はどうかというと，これも否である．RSM 観測は，周期 10 分以上の低周波数成分を遮断したデータを解析していると言える．6 節で詳述するが，内部重力波の周期は 10 分程度以上に限られている．

そうすると RSM の観測モデルとしてどのようなものが適当なのであろうか．やはり，プラズマバブルと内部重力波との関係は自然であり，かつ充分な必然性を備えているように思える．

そこで RSM に適用可能となるように修正することを考える．現象の継続時間が 10 分以上という条件を満たすためには，連続的な振動・波動であることが必要である．プラズマバブルの発生と同期していることを考えると，Ｆ層下部境界面に内部重力波によるゆらぎが発生しているときに，同じく境界面内に周期 10 分以下で，波長が数 km 程度のゆらぎも生じていたとすれば，これを観測したと考えることは可能である．

あるいは，内部重力波なしでも周期 10 分以下，波長が数 km 程度の連続的な波動によって生じた境界面のゆらぎがレイリー・テイラー不安定性により大きく成長することが確認されれば，プラズマバブルへ発展するための必要条件のひとつを満たしたこととなり，観測モデルの候補となり得るであろう．

さらに，このような波動がプラズマ内部で発生して直ちに境界面にゆらぎを生じる可能性が考えられる．一方，内部重力波が山岳波である場合のように対流圏で生じたものであったり，電離圏で生じても，最初に中性気体に発生した波動が電離気体へ伝わってプラズマ境界面にゆらぎを起こすことも考えられる．この場合は，中性気体から電離気体へ運動量を伝達することができるか，伝達可能としても境界面にゆらぎを起こさせるような運動が発生するか，といった問題が生じてくる．

次節以降で観測モデルをさらに詳しく検討する．

４．電離層について[13]

電離圏は電離したイオンと電子による電離気体（ionized gas）と中性気体（neutral gas）で構成されている．電離圏大気の構造[4]を図 2 に示す．電離圏のイオンは，ほとんど一価であり，高度 80 km 以上では負イオンは少ないので，正イオンの総和は電子数とほぼ等しい．密度は単位体積に含まれる粒子数，すなわち数密度 m^{-3} で表す．

高速現象やプラズマバブルが発生するのは夜間である．夜間において電離層が安定しているときに，高度 150～500 km をＦ層と呼び，高度 300 km 付近が電子数密度のピークである．その下の 90～150 km がＥ層である．太陽活動極大期ではＦ層ピークの電子数密度は 10^{12} m^{-3} 弱程度であり，Ｅ層のピークでは約 5×10^{9} m^{-3} である．夜間の特徴としてＥ層とＦ層は連続しているわけではなく，あいだの高度 150 km 付近に電子数密度 10^{9} m^{-3} 弱程度のギャップが存在する．

一方，温度分布は高度 100 km 付近で約 200 K であるが，高度 400 km まで急激に上昇し 1500 K（極小期では 1000 K）程度となり，高度 1000 km まで一定である．

粒子の種類は，Ｆ層の高度 200 km 付近では，中性気体としては N_2 または O が最も多く数密度の総和が約 10^{16} m^{-3} 程度であり，イオンは O^{+} が主であり総和 10^{10} m^{-3} ほどである．中性粒子と電子の数密度比を電離度といい，夜間の高度 200 km 付近では 10^{-6} 程度となる．

電離層は中性気体粒子に対して電離気体粒子が圧倒的に少ないプラズマによって満たされているといえる．プラズマとは荷電粒子と中性粒子とに

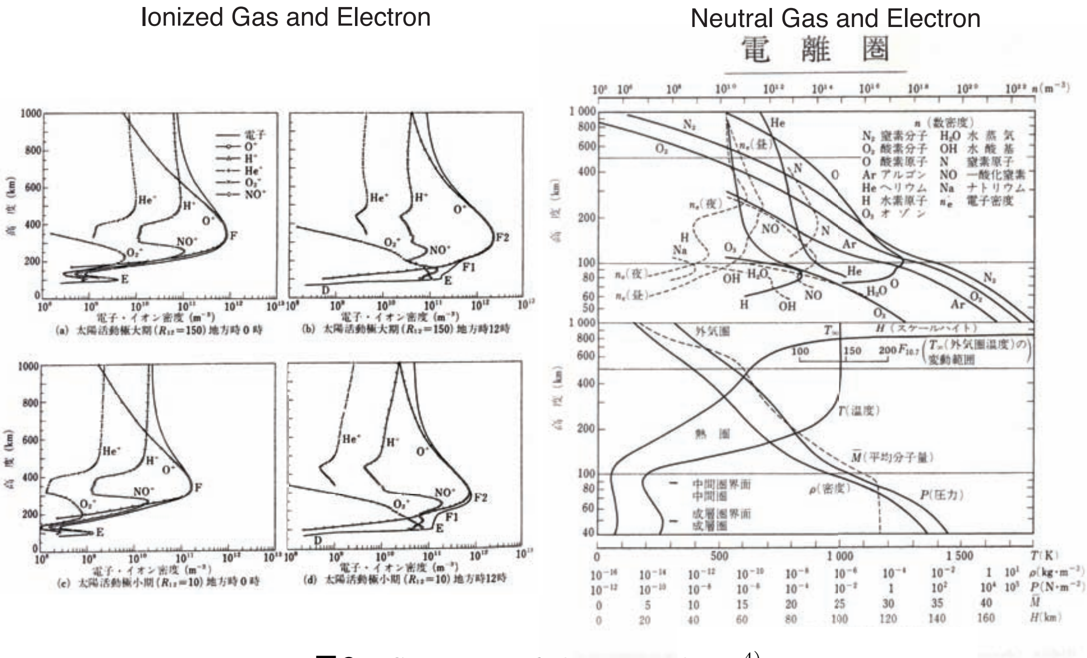


図2　Structure of the Ionosphere [4)]

電離圏の構造．左図：東京（3 月）上空の電子・イオン密度の高さ分布（IRI-1986），右図：地球高層大気物性の高さ分布．国立天文台編：理科年表第 79 冊，丸善 2006 刊，地第 48 図，49 図より，同台天文情報センターの許可の下に転載．

よって構成され，集団的にふるまう準中性気体のことである [14)]．

地球電離圏の重要な特徴として，地球磁場の影響下にあるという事実がある．地球磁場は南極から出て北極へ向う磁力線を出現させ，赤道付近では地球表面とほぼ平行である．その強さは，赤道付近で 0.25×10^{-4} T（0.25 gauss）から極域で 0.6×10^{-4} T 程度まで変化する．

電離気体粒子が地球磁場の影響を受けて，旋回運動と多様なドリフト運動を行う．それらの内で，本報告において重要な役割を演じる運動を付録（A.1〜A.5 参照）に収めた．

5．プラズマ運動の記述方法

電離層プラズマは中性気体とイオン，電子による電離気体の三者によって構成される流体で近似する．したがって，プラズマ粒子の個々の運動を追跡するのではなく，粒子の集団としての流体を考える．そして電離気体の速度を議論する際，旋回運動（付録 A.1 参照）は考えず旋回中心の運動（ドリフト）速度を対象とする．

本報告で扱う基礎方程式を掲げる．

中性気体に対する質量と運動量，温位（potential temperature）の保存方程式は，

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho \boldsymbol{v}_{\rm n}) = 0, \tag{1}$$

$$\rho\left[\frac{\partial \boldsymbol{v}_{\rm n}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_{\rm n}\cdot\nabla)\,\boldsymbol{v}_{\rm n}\right] = -\nabla p_{\rm n} + \rho \boldsymbol{g} - \rho\nu_{{\rm n}j}\,(\boldsymbol{v}_{\rm n} - \boldsymbol{v}_j)\,, \tag{2}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_{\rm n}\cdot\nabla)\,\theta = 0. \tag{3}$$

および，

$$\theta = \frac{p_{\rm G}}{\rho R}\left(\frac{p_{\rm n}}{p_{\rm G}}\right)^{c_v/c_p}. \tag{4}$$

電離気体に対する質量，運動量の保存方程式とマックスウェルの方程式よりアンペールの法則が，

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla\cdot(n_j \boldsymbol{v}_j) = 0, \tag{5}$$

$$m_j n_j\left[\frac{\partial \boldsymbol{v}_j}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_j\cdot\nabla)\,\boldsymbol{v}_j\right] = q_j n_j\,(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}_j\times\boldsymbol{B}) - \nabla p_j + m_j n_j \boldsymbol{g} - n_j m_j \nu_{j{\rm n}}\,(\boldsymbol{v}_j - \boldsymbol{v}_{\rm n})\,, \tag{6}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{B} = \mu_0\left(\boldsymbol{J} + \varepsilon\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}\right). \tag{7}$$

ただし，

$$p_j = n_j k_{\rm B} T_j, \qquad \boldsymbol{J} = \sum_j n_j q_j \boldsymbol{v}_j.$$

ここに，ρ kg m^{-3}：中性気体の密度，$\boldsymbol{v}$ m s^{-1}：気体の速度，p Pa：気体の圧力，$\boldsymbol{g}$ m s^{-2}：重力加速度，ν s^{-1}：衝突周波数，θ K：温位，m kg 電離気体粒子の質量，n m^{-3}：電離気体粒子の数密度，q C：電荷，$\boldsymbol{E}$ V m^{-1}：電界，$\boldsymbol{B}$ T：磁束密度，$\boldsymbol{J}$ A m^{-2}：電流密度，$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ N A^{-2}：真空の透磁率，ε F m^{-1}：プラズマの透磁率である（付録 A.4 参照）．

下付添字 n は中性気体を示し，$j = {\rm i, e}$ はイオンと電子を表す．

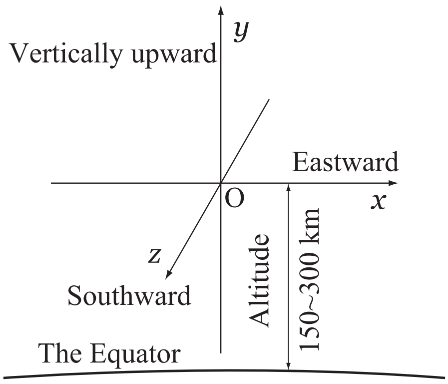


図 3　Coodinate system

座標系．x 軸は東向き，y 軸は鉛直上向きで，z 軸は南向きにとる．x-y 面は赤道面，x-z 面は電離層が静止しているときのＦ層（$y > 0$）の下部境界面である．座標原点は高度 150〜300 km 程度となる．

$p_{\mathrm{G}} = 1000$ hPa：(地上）基準気圧，$R = 8.314$ J mol^{-1} K^{-1}：中性気体の気体定数，c_v, c_p J mol^{-1} K^{-1}：中性気体の定容，低圧比熱であり，温位，状態方程式，気体定数の定義は

$$\theta = T_{\mathrm{n}}\,(p_{\mathrm{G}}/p_{\mathrm{n}})^{R/c_p}\,,\quad p = \rho R T_{\mathrm{n}},\quad R = c_p - c_v.$$

ただし，$T_n \approx T_{\mathrm{i}} \approx T_{\mathrm{e}} \approx 1000$ K：気体の温度である．また，$k_{\mathrm{B}} = 1.38\times10^{-23}$ J K^{-1}：ボルツマン定数である．さらに，イオンと電子の電荷 q_j は $q_{\mathrm{i}} = +e$, $q_{\mathrm{e}} = -e$ であり，$e = 1.602\times10^{-19}$ C：電気素量である．

電離と再結合は平衡していると仮定し，方程式 (1)〜(7) には生成・消滅項は含めてない．

座標系は赤道面に注目し図 3 に示すように，赤道面を南半球側から北半球方面を正面に見て，東向きに x 座標，鉛直上向きに y 座標を採り，北から南（手前側）向きに z 座標を採る．座標原点は 6 節を除いて，赤道上空の高度 150〜300 km 辺りの静止しているときのＦ層下部境界面（を x-z 平面として，その面）内に置く．

t　s：時間，$\{x, y, z\}$ 方向の単位ベクトルを $\{\hat{\boldsymbol{x}}, \hat{\boldsymbol{y}}, \hat{\boldsymbol{z}}\}$ と書く．$\nabla = (\partial/\partial x)\,\hat{\boldsymbol{x}} + (\partial/\partial y)\,\hat{\boldsymbol{y}} + (\partial/\partial z)\,\hat{\boldsymbol{z}}$ である．

重力は鉛直下向きに作用するから，$\boldsymbol{g} = -g\hat{\boldsymbol{y}}$．電離気体密度の勾配ベクトルの（鉛直）$y$ 成分は $\hat{\boldsymbol{y}}\cdot\nabla n_j = (\partial n_j/\partial y) > 0$（上向き）である．

4 節の冒頭に述べたように，イオンは総て一価の正電荷を持つので $n = \sum_{\mathrm{ions}} n_{\mathrm{i}} = n_{\mathrm{e}} \approx 1\times10^{10}$ m^{-3} である [15]．

地球磁場による磁束密度 $\boldsymbol{B}$ は，赤道上空では地上と平行に南半球から北半球へ向うので $\boldsymbol{B} = -B\hat{\boldsymbol{z}}$ である．その強さ $B = 0.25\times10^{-4}$ T は赤道上空の原点付近では時間的に一定で，空間的にもほぼ一様であると仮定する．さらに赤道面付近の電離気体粒子は磁力線に沿って南北方向に均一な分布が実現すると仮定できる．その近似のもとで，赤道面（x-y 面）に対して $\pm z$ 方向にはプラズマの物理状態が対称形となると考えられるので，磁束密度以外のベクトル量は z 成分を持たないと結論できる．ゆえに，赤道面内の二次元問題を解けばよいことになる．

電離気体粒子に対する磁界の作用だけを追求すると，その極限として MHD 方程式の定常的な場合に対して

$$\nabla\left(p + \frac{B^2}{2\mu_0}\right) = (\boldsymbol{B}\cdot\nabla)\,\frac{\boldsymbol{B}}{\mu_0}$$

が得られる [16]．地球磁場は一定・一様であると仮定しているので右辺がゼロとなり，$p + B^2/2\mu_0 = \mathrm{const.}$ となる．$B^2/2\mu_0$ Pa は磁気圧であり，流体としての圧力 p_j Pa と比べると $n_j k_{\mathrm{B}} T_j/(B^2/(2\mu_0)) \approx 5.5\times10^{-6}$ となる．よって，この近似のもとでプラズマの圧力は一定の磁気圧に支配されていると仮定できる．

プラズマを構成する三種の気体間の運動量のカップリングについて考える．まず，中性気体と電離気体のカップリングは中性気体粒子とイオン，電子間の粒子衝突によって行われる．これは，中性気体と電離気体との相対速度と衝突周波数の積に比例した外力が電離気体に抵抗力として加わるのであり式 (6) の $-n_j m_j \nu_{j\mathrm{n}}(\boldsymbol{v}_j - \boldsymbol{v}_{\mathrm{n}})$ の項である．衝突周波数は衝突と衝突の間の平均自由時間の逆数で定義され，イオン衝突周波数を ν_{i} s^{-1}（$= \nu_{\mathrm{in}} + \nu_{\mathrm{ie}} \approx \nu_{\mathrm{in}}$，$\nu_{\mathrm{in}}$：イオン–中性粒子衝突周波数，$\nu_{\mathrm{ie}}$：イオン–電子衝突周波数），電子衝突周波数を ν_{e} s^{-1}（$= \nu_{\mathrm{en}} + \nu_{\mathrm{ei}}$，$\nu_{\mathrm{en}}$：電子–中性粒子衝突周波数，$\nu_{\mathrm{ei}}$：電子–イオン衝突周波数）とする．高度と衝突周波数の関係 [16] のグラフを図 4 に示す．高度 200 km 程度では ν_{e} は ν_{i} の 100 倍前後の値である．

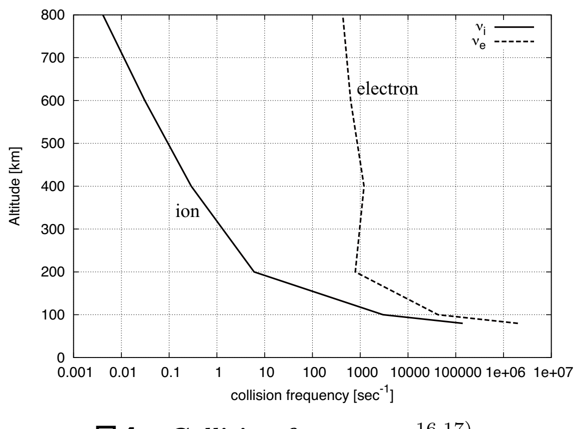


図 4　Collision frequency [16,17]

衝突周波数，粒子が衝突するまでの平均自由時間の逆数．ν_{i}：イオンの衝突周波数（$= \nu_{\mathrm{in}} + \nu_{\mathrm{ie}} \approx \nu_{\mathrm{in}}$，$\nu_{\mathrm{in}}$：イオン–中性粒子衝突周波数，$\nu_{\mathrm{ie}}$：イオン–電子衝突周波数），$\nu_{\mathrm{e}}$：電子の衝突周波数（$= \nu_{\mathrm{en}} + \nu_{\mathrm{ei}}$，$\nu_{\mathrm{en}}$：電子–中性粒子衝突周波数，$\nu_{\mathrm{ei}}$：電子–イオン衝突周波数）．

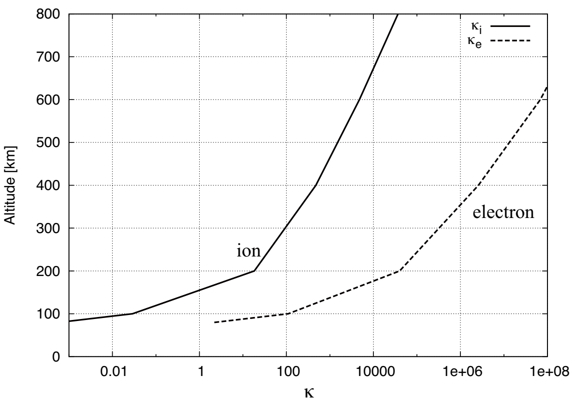


図5　Ratio of gyro to collision frequency [16,17]
旋回・衝突周波数比，$\kappa_\mathrm{i} = \Omega_\mathrm{c}/\nu_\mathrm{in}$, $\kappa_\mathrm{e} = \omega_\mathrm{c}/\nu_\mathrm{en}$, $\kappa \ll 1$: 衝突系，$\kappa \gg 1$：無衝突系.

また，夜間においてF層プラズマの変動を考えるときには境界面高度は大きく上昇し，高い高度での運動が問題となる．その場合，200 km 以上の高高度では $\nu_\mathrm{en} \gg \nu_\mathrm{ei}$ となるので ν_e に対して ν_en が主要な項となる [16]．この点を考慮して式 (6) ではイオン–電子間の衝突は無視している．

電離気体の運動は電磁力と衝突（による）力のバランスで定まる．電磁力と衝突力の優劣を評価するパラメータが κ_j である．イオンに対して $\kappa_\mathrm{i} = \Omega_\mathrm{c}/\nu_\mathrm{in}$，電子に対して $\kappa_\mathrm{e} = \omega_\mathrm{c}/\nu_\mathrm{en}$ と定義される（$\Omega_\mathrm{c} = 150\ \mathrm{s}^{-1}$：イオンサイクロトロン周波数，$\omega_\mathrm{c} = 4.4 \times 10^6\ \mathrm{s}^{-1}$：電子サイクロトロン周波数である．付録 A.1 参照）．電離気体の運動は $\kappa_j \ll 1$ であれば衝突系（collisional）であり，$\kappa_j \gg 1$ のときは無衝突系（collisionless）である．高度と κ_j の関係 [16] のグラフを図 5 に示す．高度 150 km 以上のF層では $\kappa_\mathrm{i}, \kappa_\mathrm{e} \gg 1$ であるから，電離気体の運動を決定する主要な作用は電磁力である．しかし，衝突を完全に無視すれば中性気体とのカップリングは切れてしまう．その場合，一定の高度では κ_e は κ_i に対して圧倒的に大きいという事実は考慮する．

したがって，イオンと中性粒子は衝突することを考慮して，図 5 から高度 200 km 付近において $\kappa_\mathrm{i} \approx 15$ として $\nu_\mathrm{in} = 10\,\mathrm{s}^{-1}$ とするが，$\kappa_\mathrm{e} > 10^4$ であるから電子の衝突は無視することにして $\nu_\mathrm{en} = 0$ とする．

つぎに，式 (2) に含まれる $-\rho\nu_{\mathrm{n}j}(\boldsymbol{v}_\mathrm{n} - \boldsymbol{v}_j)$ の効果について考える．まず，$\kappa_\mathrm{e} \gg 1$ であるから $\nu_\mathrm{ne} = 0$ とする．$-\rho\nu_\mathrm{ni}(\boldsymbol{v}_\mathrm{n} - \boldsymbol{v}_\mathrm{i})$ は中性気体に対するプラズマによる "ion drag" と呼ばれる [18]．電離気体に倣って，$p_\mathrm{n} = n_\mathrm{n} k_\mathrm{B} T_\mathrm{n}$，$\rho = m_\mathrm{n} n_\mathrm{n}$ と置くと $\nabla p_\mathrm{n} = k_\mathrm{B} T_\mathrm{n} \nabla n_\mathrm{n}$ となり，慣性項と重力項を消去し，イオンドラッグが中性気体の慣性へ与える影響を吟味する．

$$0 = -k_\mathrm{B} T_\mathrm{n} \nabla n_\mathrm{n} - m_\mathrm{n} n_\mathrm{n} \nu_\mathrm{ni} \left(\boldsymbol{v}_\mathrm{n} - \boldsymbol{v}_\mathrm{i}\right),$$

$$\therefore\ \boldsymbol{v}_\mathrm{n} - \boldsymbol{v}_\mathrm{i} = -\frac{k_\mathrm{B} T_\mathrm{n}}{m_\mathrm{n}\nu_\mathrm{ni}} \frac{\nabla n_\mathrm{n}}{n_\mathrm{n}} = -D\frac{\nabla n_\mathrm{n}}{n_\mathrm{n}}.$$

$D = (k_\mathrm{B} T_\mathrm{n})/(m_\mathrm{n}\nu_\mathrm{ni})\ \mathrm{m}^2\,\mathrm{s}^{-1}$ は拡散係数である．中性気体の粒子束 $-D\nabla n_\mathrm{n}$ をフィック（Fick）の法則に適用すると拡散方程式 $\partial n_\mathrm{n}/\partial t = D\nabla^2 n_\mathrm{n}$ を得る．その解の時間因子 $e^{-t/\tau}$ における拡散の時定数 τ 秒は $\tau \approx L^2/D$ と表される [14]．L としてゆらぎの波長 $\lambda \approx 10^3$ m を適用し，$m_\mathrm{n} = 2.66 \times 10^{-26}$ kg（O のみの単元素気体とする），$\nu_\mathrm{ni} = 1.6 \times 10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1}$（夜間，高度 200 km）と仮定する [19]．計算すると $\tau \approx 3.1 \times 10^{-5}$ 秒である．これは例えば，両端で圧力差がないトンネルの中央付近を遮蔽して片側に中性気体，反対側はイオンのみがあるとし，一瞬で遮蔽を開放すると $\tau \approx 30$ 数 μs 程度の時間で距離 L まで中性気体が拡散により到達すると解釈できることを意味しており，イオンドラッグによる抵抗作用はほとんど慣性に影響を与えることができないことを示している．ところが，われわれが議論するゆらぎの周期は 10 分弱である．ゆえに，$\nu_\mathrm{ni} = 0$ とする．

中性気体とイオン，電子の三者の運動の相互作用を解く際の運動量のカップリングに関する仮定をまとめる．中性気体はイオンへ，運動量を一方的に伝達するのみでイオンからは影響を受けない．電子と中性気体は，直接的にはカップリングしない．イオンと電子の運動量のカップリングは，衝突は無視されるが，電磁力を通して達成される．結局，中性気体と電子も間接的にカップリングすることになる

6．分散関係

大気重力波は数種に分類される．3 節で議論したような波動は存在するのか，あるとしたらどのような特性をもっているのであろうか．本節では，大気中を伝播する波動の分散関係を調べて観測モデルの候補となる波動を考える．

赤道面（図 3 の x-y 平面）内の二次元空間において，静止した大気に対する微小振幅の擾乱が発達するか考える [11,19−24]．ただし，地球の自転によるコリオリ力，粘性摩擦力は無視する．電離度が 10^{-6}（高度 200 km，地上では 10^{-122}）程度であるから電磁力の作用も無視する．粒子衝突や生成・消滅も無視する．密度成層しているものとし，静力学平衡状態を仮定する．

以上の仮定を方程式 (1)〜(4) に適応して線型安定性を議論する．平衡状態で安定している系に対して，微小な擾乱が与えられたときに，その振幅が発達（不安定化）するか，減少（安定化）するかを論じるのが線型安定論 [8] である．

なお，式 (1)〜(4) は中性気体に対する方程式であるが，上記の近似のもとでは電離気体を含めたプラズマ気体でも同一である．よって，本節にお

ける議論では $p, \boldsymbol{v}$ の下付添字 n を外す．

本節に限って座標原点 $y=0$ は地上に採る．座標 $\{x, y\}$ 方向の速度成分を $\{u, v\}$ とし

$$u=\bar{u}+u', \quad v=\bar{v}+v', \quad p=\bar{p}+p',$$
$$\rho=\bar{\rho}+\rho', \quad \theta=\bar{\theta}+\theta'$$

とおく．ここに，($\bar{}$) の付いた変数は主流成分，($'$) は摂動成分を表す．

主流の状態としては静止 $\bar{u}=\bar{v}=0$ しており，静力学平衡であるから $\partial\bar{p}/\partial x=0$, $\partial\bar{p}/\partial y=-\bar{\rho}g$ が成立するので，状態方程式 $\bar{p}=\bar{\rho}R\bar{T}$ と組み合わせて，

$$\begin{pmatrix}\bar{\rho}\\ \bar{p}\end{pmatrix} \propto \exp\left(-\frac{g}{R\bar{T}}y\right)=\exp\left(-\frac{\gamma g}{c_{\mathrm{s}}^2}y\right)=\exp\left(-\frac{y}{H}\right)$$

である．

摂動方程式を求めると，

$$\frac{\partial u^*}{\partial t}=-\frac{\partial p'}{\partial x}, \tag{8}$$

$$\frac{\partial v^*}{\partial t}=-\frac{\partial p'}{\partial y}-\rho' g, \tag{9}$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t}+\frac{\partial u^*}{\partial x}+\frac{\partial v^*}{\partial y}=0, \tag{10}$$

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial t}+\frac{N^2}{g}v^*=0, \tag{11}$$

$$\rho'=\frac{p'}{c_{\mathrm{s}}^2}-\theta^*. \tag{12}$$

ここに，$u^*=\bar{\rho}u'$，$v^*=\bar{\rho}v'$，$\theta^*=\bar{\rho}\theta'/\bar{\theta}$ であり，$\gamma=c_p/c_v$：比熱比，$c_{\mathrm{s}}=\sqrt{\gamma RT}$ m s^{-1}：音速である．N s^{-1}：ブラント・バイサラ（Brunt-Väisälä）振動数，H m：スケールハイト．パラメータ c_{s}^2, N^2 などは，y に因らないとする．これは主流の状態として等温大気を仮定することである．このとき N^2 は，式 (4) より

$$N^2=g\frac{\partial \ln\bar{\theta}}{\partial y}=\frac{R}{c_v}\frac{g^2}{c_{\mathrm{s}}^2}.$$

摂動方程式 (8)〜(12) から，

$$c_{\mathrm{s}}^2\frac{\partial^2\rho'}{\partial t\partial y}+g\frac{\partial\rho'}{\partial t}=-\left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial t^2}-c_{\mathrm{s}}^2\frac{N^2}{g}\frac{\partial v^*}{\partial y}\right), \tag{13}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2\rho'}{\partial t^2}-c_{\mathrm{s}}^2\frac{\partial^2\rho'}{\partial x^2}\right)=-\left(\frac{\partial^3 v^*}{\partial t^2\partial y}+c_{\mathrm{s}}^2\frac{N^2}{g}\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^2}\right). \tag{14}$$

連立方程式 (13),(14) から，さらに

$$\frac{d^2\hat{v}}{dy^2}+\left(\frac{N^2}{g}+\frac{g}{c_{\mathrm{s}}^2}\right)\frac{d\hat{v}}{dy}+\left\{\frac{N^2}{c_{\mathrm{s}}^2}-\frac{\left(\omega^2-N^2\right)\left(k^2c_{\mathrm{s}}^2-\omega^2\right)}{\omega^2 c_{\mathrm{s}}^2}\right\}\hat{v}=0. \tag{15}$$

ただし，$v^*=\hat{v}(y)e^{i(k_x x+\omega t)}$，$i=\sqrt{-1}$：虚数単位である．

式 (15) を解くと，

$$\hat{v}=Ae^{(-m+ik_y)y}, \tag{16}$$

$$\omega^2=\frac{c_{\mathrm{s}}^2}{2}\left(k_x^2+k_y^2+m^2\right)\times\left\{1\pm\sqrt{1-\frac{4k_x^2N^2}{c_{\mathrm{s}}^2\left(k_x^2+k_y^2+m^2\right)^2}}\right\}. \tag{17}$$

ここに，$m=(N^2/g+g/c_{\mathrm{s}}^2)/2$ m^{-1} である．式 (17) が大気の分散関係式である．

式 (17) をグラフにプロットすると図 6 となる．図 6 の横軸は波数ベクトルの水平成分の自乗 k_x^2 m^{-2}，縦軸は角周波数の自乗 ω^2 s^{-2} である．そして，波数ベクトルの鉛直成分 $k_y^2=0$ の 2 本の曲線で図中の領域を 3 つに分けている．左上の灰色の領域は $k_y^2>0$ であり，右下の灰色領域も $k_y^2>0$ である．これらの領域では波動は水平にも鉛直にも，斜めにも伝播する．一方，白抜きの領域は $k_y^2<0$ であるから，式 (16) の k_y に $\pm ik_y$ を代入すると波動の y 成分には $\exp(\mp k_y y)$ が含まれて，鉛直方向には波動としての節（node）を（たかだか，一つしか）持たないことが分かる．すなわち，鉛直方向には伝播せず，水平方向のみに伝播する波動の領域である．

左上の灰色領域（図中に「1：Sound wave」と記載）は音波の領域であり，重力の影響を受けつつ，大気の圧縮性によって生じる密度・圧力の疎密波が縦波として伝播する．右下の灰色領域（3:

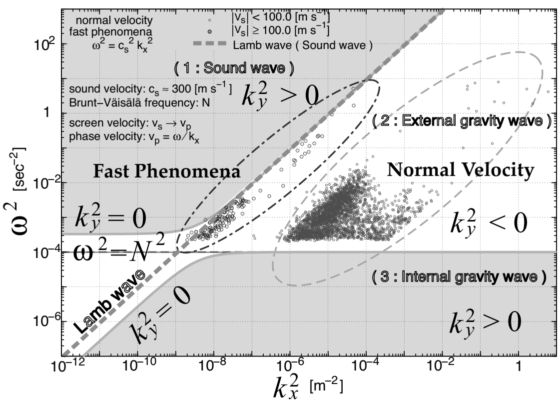


図 6　Dispersion relation of Atmospheric gravity wave and Radio Seeing Monitors data.

大気重力波の分散関係と電波シーイングモニタデータ．横軸は波数ベクトルの水平成分の自乗 k_x^2，縦軸は角周波数の自乗 ω^2，波数ベクトルの鉛直成分の自乗 $k_y^2=0$ の曲線で三領域に分けられる．左上（灰色）：音波，中央部（白抜き）：外部重力波，右下（灰色）：内部重力波．図中の点印はシーイングモニタの観測データであり，灰色点が通常のスクリーン速度の場合，黒点が高速現象．

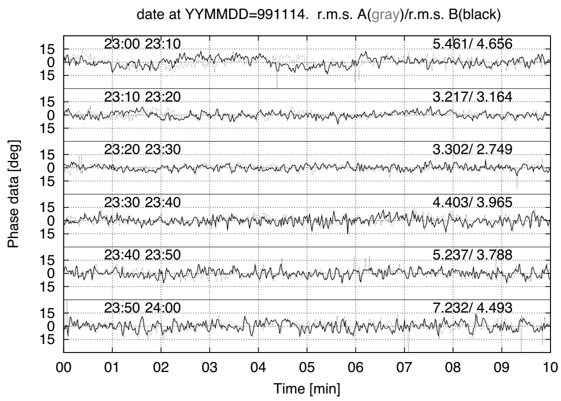


図7（a）Data analysis，phase data. [1]

現地時刻 1999 年 11 月 14 日 23 時台の位相データ（高速現象が発生）．灰色線：RSM-A，黒線：RSM-B．10 分づつ，1 時間分を 6 段に重ねて表示．右肩の数字は位相データの r.m.s. A/B．RSM-A は東側にあり，RSM-B は西側．高速現象は西から東へ伝播している．

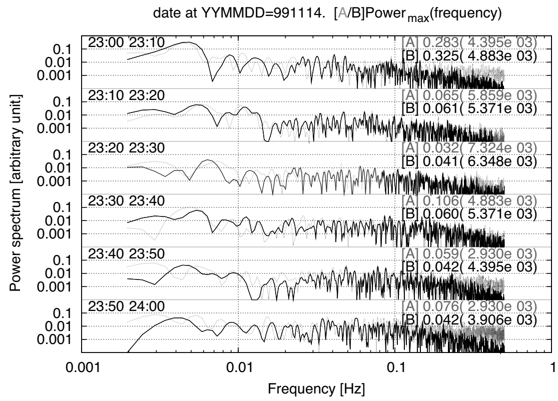


図7（b）Data analysis，power spectrum.

現地時刻 1999 年 11 月 14 日 23 時台の位相データのパワースペクトル．灰色線：RSM-A，黒線：RSM-B．10 分づつ，1 時間分を 6 段に重ねて表示．右肩の数字は [A/B] パワーの最大値（パワーが最大値を示す周波数）．RSM の位相データは 1 秒サンプリングで ALMA の標準的な解析手順では 10 分間ごとに区切って解析される．

Internal gravity wave）は主に重力の作用により生じる内部重力波が横波として伝播する部分である．

白抜きの部分は，外部重力波の領域（2：External gravity wave）である．外部重力波とはどのような波動かというと，身近に見ることのできる現象としては水の波である．これは，液体と気体の境界面に生じる振動であり，主に重力が振動の復元力として作用してる．海の波のように波長に対して水深が極めて深い場合，表面に生じる進行波では流体粒子は円運動を行い，水中の流体粒子は水面からの深度を増すと円の半径が指数関数的に減少する．

$\omega^2 = N^2$ と示された水平の直線がある．$N \approx 1\times10^{-2}$ rad s^{-1}（中緯度の標準大気）であり，大気の密度成層の安定性を表している（標準大気では安定）．内部重力波の周波数 ω は N を越えない．最も短い周期 $T = 2\pi/N \approx 600$ 秒であるから，RSM 観測では内部重力波を捉えることはできない（3 節で指摘した点）．

図 6 にある黒と灰色のポイントは，直列二対の RSM 観測データを重ねてプロットしたものである．10 分毎の位相データ [1]（図 7(a)）のパワースペクトル（図 7(b)）を計算してパワーが最大となるときの周波数（RSM-A と RSM-B の平均）を ω とし，相互相関関数（図 7(c)）から得られたスクリーン速度 [1] を波動の位相速度 v_{p} m s^{-1} と考えて，波数 $k_x = \omega/v_p$ を求める．そして，位相速度が 100 m s^{-1} 以上の場合は黒点，未満の場合は灰色点でプロットしてある．

灰色で示された点は，対流圏内の位相スクリーンの移動のようすを波動として捉えたものである（Normal Velocity と記入）．黒点が高速現象である（Fast Phenomena）．

両者のポイントが，ほとんど総て白抜きの領域にあることから，位相スクリーンのみならず高速現象も水平方向のみに伝播する波動であることが分かった．これは RSM 観測から直接得られるわけではなく，分散関係プロットを行って得られた情報である．この結果は RSM 観測モデルと矛盾しない．

7．観測モデルの候補

連立方程式 (8)～(12) は，もう一組の（特異）解をもつ．

$$v' = 0, \tag{18}$$

$$\rho' = \rho'_{\mathrm{G}} \exp\left\{-\frac{g}{c_{\mathrm{s}}^2}y + i(k_x x + \omega t)\right\}, \tag{19}$$

$$p' = \rho'_{\mathrm{G}} c_{\mathrm{s}}^2 \exp\left\{-\frac{g}{c_{\mathrm{s}}^2}y + i(k_x x + \omega t)\right\}, \tag{20}$$

$$u' = -c_{\mathrm{s}}^2 \frac{k_x}{\omega}\frac{\rho'_{\mathrm{G}}}{\bar{\rho}} \exp\left\{-\frac{g}{c_{\mathrm{s}}^2}y + i(k_x x + \omega t)\right\}, \tag{21}$$

$$\theta' = 0, \tag{22}$$

$$\omega^2 = c_{\mathrm{s}}^2 k_x^2. \tag{23}$$

ただし，$\rho'_{\mathrm{G}} = p'_{\mathrm{G}}/c_{\mathrm{s}}^2$ kg m^{-3}，$p'_{\mathrm{G}} = p'_{z=0}$ Pa である．

式 (18)～(23) が表す解がラム波（Lamb wave）である．この波動は，式 (19)～(21) より速度の水平成分 u'，および，密度 ρ' と圧力 p' が水平方向へ振動し，式 (18) より鉛直成分 v' がなく，式 (23) より $k_x^2 \neq 0$ ということから水平方向へ進行する縦波であり，その位相速度は $\omega/k_x = \pm c_{\mathrm{s}}$ で，c_{s} は音速であるから，音波であることが分かる．さら

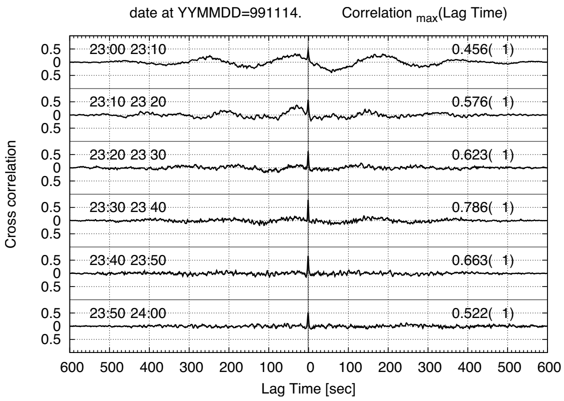


図7（c）Data analysis，cross correlation plot. [1)]
現地時刻 1999 年 11 月 14 日 23 時台の位相データに対する相互相関プロット．10 分づつ，1 時間分を 6 段に重ねて表示．右肩の数字は相関係数の最大値（相関係数が最大値を与える Lag）．負の Lag は RSM-B の位相に対して RSM-A の遅れを表す．スクリーン速度 $v_{\rm s}$ は，$v_{\rm s} = L_{\rm B}/t_{\rm L}$ m s^{-1}．ただし，$t_{\rm L}$：Lag 秒，$L_{\rm B}$：300 m.

に，式 (19)〜(21) より縦波の振幅は横方向（高さ方向）へは指数関数的に減少する波動である．ラム波を図 8 に示す．

図 9 に大気中における音速と高度の関係を示す [25)]．RSM は残念ながら，高速現象に対して速度分解能が期待できない観測装置であるから正確な伝播速度は不明であるが，計算上，ほとんどの高速現象において 300 m s^{-1} となった．これは，観測データのサンプリングが 1 秒間隔でありながら，相互相関関数の計算でラグが 1 秒のときに相関係数が最大となったことに因っている（図 7(c)）．もし，サンプリング周波数がもっと高ければ，0.1 秒以上 2.0 秒未満の範囲に分布したラグとなったはずである．かつて 10Hz サンプリング相当にアップサンプリングを実施してラグを計算したところ，1.0 秒前後に分布（前報 [1)] の図 15 参照）していたことからも，その点はうかがえる．さらに，どれほどサンプリング周波数を高くしても現状の RSM では正確な伝播速度は不明のままである．なぜなら，RSM は伝播速度の東西成分のみを測定しているからである．以上のような理由から，図 9 では高度が 100 km 付近で音速がちょうど 300 m s^{-1}

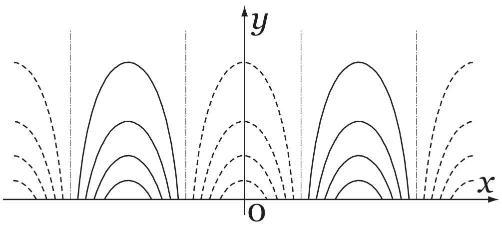


図8　Lamb wave ラム波（p' または ρ'）．
密度と圧力の疎密波が縦波として水平方向へ振動する．鉛直方向には振動せず，水平振動の振幅が指数関数的に減少する．

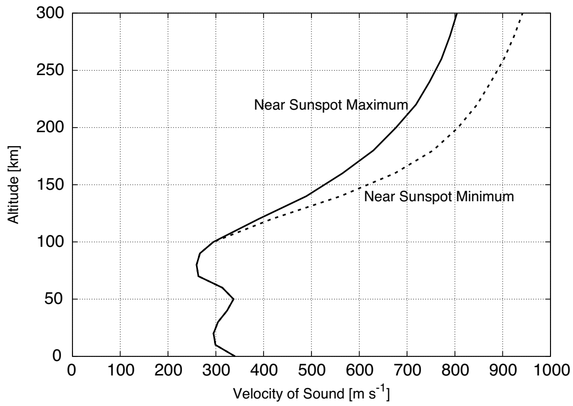


図9　Altitude with speed of sound for nutral gas [25)]
中性気体の音速と高度の関係.

なので，本報告において，$c_{\rm s} = 300$ m s^{-1} とする．

式 (23) の分散関係式も $c_{\rm s} = 300$ m s^{-1} として，図 6 に重ねてプロットした．図で右上がりの灰色破線（「Lamb wave」と記載）である．

大気重力波は音波と外部重力波，内部重力波，それとラム波の 4 種類に分類される．RSM 観測データは，その内の白抜きの領域にポイントされた．白抜きの領域を占める波動は，外部重力波とラム波である．

ここで問題としているのは高速現象である．その実態は，ラム波か外部重力波か判別し難いが，そのいずれかを観測したと考えてよいだろう．以後，両者が観測モデルとなり得るか考察する．

3 節で，電離層 F 層下部境界面にゆらぎが生じてレイリー・テイラー不安定性により発達することが考えられると述べた．電離層境界面にゆらぎが生じるという点に着目すると，外部重力波が有力と考えられる．しかし外部重力波に対しては，電離層境界面におけるレイリー・テイラー不安定性の説明にとどめ，本格的な検討は別の機会に残す．

つぎに，ラム波について検討するが，この波動は縦波であるから，境界面付近のプラズマに直接的に発生したとしてもレイリー・テイラー不安定性の条件である境界面のゆらぎが生じるかどうか分からない．そこで，はじめに境界面付近の中性気体にラム波が生じていて，これが電離気体の運動に伝達され，プラズマ境界面のゆらぎを起こすことができるか検討する．

8．電離層境界面のレイリー・テイラー不安定性

電磁界が作用する電離層の境界面に対するレイリー・テイラー不安定性について説明する．

擾乱のない，基本場を図 10 のように定義する．境界より上の部分にプラズマがあり，下の部分は中性気体のみとする．電離気体の数密度の勾配 ∇n は y 軸正の方向（上方）を向き，重力加速度 $\boldsymbol{g}$ は y 軸負の方向（下方）を向いている．地球磁場による磁束密度 $\boldsymbol{B}$ が（南極から北極へ向かい，赤道

上空ではほぼ水平に）z 軸負の（紙面の表面から裏面へ貫く）向きに一定・一様に存在する．

静止しているときの F 層下部境界面を $y=0$ としているので電離気体は $y>0$ だけに存在する．

中性気体は静止状態を維持し続けているものとする．

基礎方程式は式 (5),(6) である．ただし，圧力は一定の磁気圧が主要なので $\nabla p_j=0$ とする．

運動の摂動を考える．

$$\boldsymbol{v}_j=\bar{\boldsymbol{v}}_j+\boldsymbol{v}_j',\quad n=\bar{n}+n',$$
$$\boldsymbol{E}=\bar{\boldsymbol{E}}+\boldsymbol{E}',\quad \boldsymbol{B}=\bar{\boldsymbol{B}}$$

と置く．ここで，$\boldsymbol{v}_{\mathrm{n}}=0$ に加えて，5 節で示した近似（モデル化）を行う．

$$\begin{aligned}
\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{i}}&=\bar{u}_{\mathrm{i}}(x,y,t)\hat{\boldsymbol{x}},\quad \bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{e}}=\bar{u}_{\mathrm{e}}(x,y,t)\hat{\boldsymbol{x}},\\
\boldsymbol{v}_{\mathrm{i}}'&=u_{\mathrm{i}}'(x,y,t)\hat{\boldsymbol{x}}+v_{\mathrm{i}}'(x,y,t)\hat{\boldsymbol{y}},\\
\boldsymbol{v}_{\mathrm{e}}'&=u_{\mathrm{e}}'(x,y,t)\hat{\boldsymbol{x}}+v_{\mathrm{e}}'(x,y,t)\hat{\boldsymbol{y}},\\
\bar{n}&=\bar{n}(y),\quad n'=n'(x,y,t),\\
\bar{\boldsymbol{E}}&=0,\quad \boldsymbol{E}'=E_x'(x,y,t)\hat{\boldsymbol{x}},\\
\bar{\boldsymbol{B}}&=-\bar{B}\hat{\boldsymbol{z}},\quad \nu_{\mathrm{en}}=0.
\end{aligned}$$

運動方程式 (6) から主流では

$$0=\frac{q_j}{m_j}\left(\bar{\boldsymbol{v}}_j\times\bar{\boldsymbol{B}}\right)+\boldsymbol{g}.$$

$\bar{\boldsymbol{B}}$ による作用の $\bar{\boldsymbol{B}}$ に直交する成分を見るために，両辺に $\times\bar{\boldsymbol{B}}$ を作用させて

$$0=\frac{q_j}{m_j}\left\{-\bar{B}^2\bar{\boldsymbol{v}}_j+\left(\bar{\boldsymbol{v}}_j\cdot\bar{\boldsymbol{B}}\right)\bar{\boldsymbol{B}}\right\}+\boldsymbol{g}\times\bar{\boldsymbol{B}},$$
$$\therefore\ \bar{\boldsymbol{v}}_j=\frac{m_j}{q_j\bar{B}^2}g\bar{B}\left\{(-\hat{\boldsymbol{y}})\times(-\hat{\boldsymbol{z}})\right\}=\pm\frac{g}{\omega_{\mathrm{c}j}}\hat{\boldsymbol{x}}.\quad(24)$$

ここに，$\omega_{\mathrm{ci}}=e\bar{B}/M\equiv\Omega_{\mathrm{c}}$：イオンサイクロトロン周波数（反時計回り，複号はイオンのとき正，電子のとき負を選ぶ），$\omega_{\mathrm{ce}}=-e\bar{B}/m\equiv\omega_{\mathrm{c}}$：電子サイクロトロン周波数（時計回り）である（付録 A.1 参照）．$M=m_{\mathrm{i}}$：イオンの質量，$m=m_{\mathrm{e}}$：電子の質量である．式 (24) は重力ドリフト（付録 A.3 参照）である．

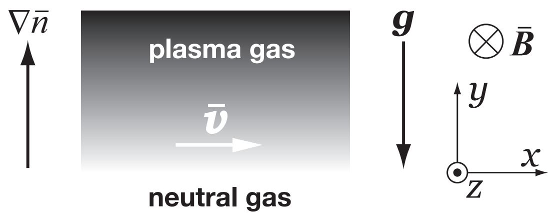


図１０　The main stream field

主流の場．x-z 面は静止しているときの F 層下部境界面．$y>0$ に中性気体と電離気体で構成されるプラズマ気体があり，$y<0$ は中性気体のみとする．定常の電子密度勾配 $\nabla\bar{n}$ は鉛直上向き，重力加速度 $\boldsymbol{g}$ は下向きのベクトル．地球磁場による磁束密度 $\bar{\boldsymbol{B}}$ ベクトルが紙面の表から裏へ貫いている．電離気体粒子は重力ドリフトによる定常速度 $\bar{\boldsymbol{v}}$ で水平方向へ運動している．矢印はイオンの運動を示す．

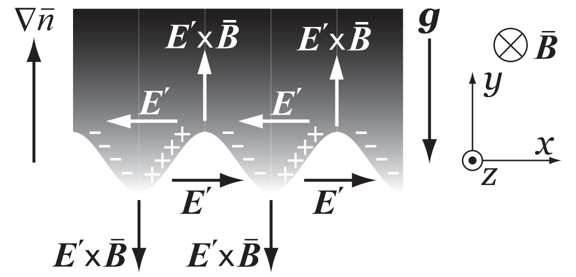


図１１　The perturbation field

摂動の場．境界面にゆらぎが生じると，東側の斜面に正，西側の斜面に負の電荷が生じる．この分極の作用により電界 $\boldsymbol{E}'$ が水平方向に誘導される．すると，さらに $\boldsymbol{E}'\times\bar{\boldsymbol{B}}$ ドリフトが発生する．

つぎに摂動の場の方程式を導く．式 (24) の重力ドリフトは，イオンと電子が x 軸上を逆向きに運動しているのために，伝導電流密度（condution current density）が生じる．すなわち

$$\boldsymbol{J}=n_{\mathrm{i}}q_{\mathrm{i}}\boldsymbol{v}_{\mathrm{i}}+n_{\mathrm{e}}q_{\mathrm{e}}\boldsymbol{v}_{\mathrm{e}}$$

であるから，これに重力ドリフトを代入すると，

$$\boldsymbol{J}=ne\left(\frac{g}{\Omega_{\mathrm{c}}}+\frac{g}{\omega_{\mathrm{c}}}\right).$$

その結果，境界面にゆらぎが生じると東側の斜面に正電荷が，西側の斜面に負電荷が平均より多めに蓄積されて，あたかも誘電体表面に分極が生じたようになる．さらにその結果，境界面に摂動電界 $\boldsymbol{E}'$ が誘導される．そして今度は磁界 $\bar{\boldsymbol{B}}$ と作用して，$\boldsymbol{E}'\times\bar{\boldsymbol{B}}$ ドリフトが境界面のゆらぎを増幅させるというのがレイリー・テイラー不安定性の定性的なシナリオである（図 11）．

式 (6) から摂動の場の方程式は

$$M\bar{n}\left(\frac{\partial u_{\mathrm{i}}'}{\partial t}+\bar{u}_{\mathrm{i}}\frac{\partial u_{\mathrm{i}}'}{\partial x}\right)=e\bar{n}\left(E_x'-v_{\mathrm{i}}'\bar{B}\right)-M\bar{n}\nu_{\mathrm{in}}u_{\mathrm{i}}',\quad(25)$$
$$M\bar{n}\left(\frac{\partial v_{\mathrm{i}}'}{\partial t}+\bar{u}_{\mathrm{i}}\frac{\partial v_{\mathrm{i}}'}{\partial x}\right)=e\bar{n}u_{\mathrm{i}}'\bar{B}-M\bar{n}\nu_{\mathrm{in}}v_{\mathrm{i}}',\quad(26)$$
$$m\bar{n}\left(\frac{\partial u_{\mathrm{e}}'}{\partial t}+\bar{u}_{\mathrm{e}}\frac{\partial u_{\mathrm{e}}'}{\partial x}\right)=-e\bar{n}\left(E_x'-v_{\mathrm{e}}'\bar{B}\right),\quad(27)$$
$$m\bar{n}\left(\frac{\partial v_{\mathrm{e}}'}{\partial t}+\bar{u}_{\mathrm{e}}\frac{\partial v_{\mathrm{e}}'}{\partial x}\right)=-e\bar{n}u_{\mathrm{e}}'\bar{B}.\quad(28)$$

式 (5) の摂動方程式は，主流の質量保存則が

$$\nabla\cdot(\bar{n}_j\bar{\boldsymbol{v}}_j)=0$$

なので，

$$\frac{\partial n'}{\partial t}+\left(\bar{\boldsymbol{v}}_j\cdot\nabla\right)n'+n'\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{v}}_j+\left(\boldsymbol{v}_j'\cdot\nabla\right)\bar{n}$$

$$+\bar{n}\nabla\cdot\boldsymbol{v}'_j+\nabla\cdot\left(n'\boldsymbol{v}'_j\right)=0.$$

よって

$$\frac{\partial n'}{\partial t}+\bar{u}_{\mathrm{i}}\frac{\partial n'}{\partial x}+v'_{\mathrm{i}}\frac{d\bar{n}}{dy}+\bar{n}\frac{\partial u'_{\mathrm{i}}}{\partial x}=0, \tag{29}$$

$$\frac{\partial n'}{\partial t}+\bar{u}_{\mathrm{e}}\frac{\partial n'}{\partial x}+v'_{\mathrm{e}}\frac{d\bar{n}}{dy}+\bar{n}\frac{\partial u'_{\mathrm{e}}}{\partial x}=0. \tag{30}$$

解を次のように置く．

$$u'_{\mathrm{i}}=u_i e^{i(kx-\omega t)},\quad v'_{\mathrm{i}}=v_i e^{i(kx-\omega t)},$$
$$u'_{\mathrm{e}}=u_e e^{i(kx-\omega t)},\quad v'_{\mathrm{e}}=v_e e^{i(kx-\omega t)},$$
$$n'=n_p e^{i(kx-\omega t)},\quad E'_x=E_x e^{i(kx-\omega t)}.$$

ここに，下付の添字でない i は虚数単位である．

摂動方程式 (25)〜(30) に代入して，

$$(\omega-k\bar{u}_{\mathrm{i}}+i\nu_{\mathrm{in}})u_i=i\Omega_{\mathrm{c}}\left(\frac{E_x}{\bar{B}}-v_i\right), \tag{31}$$

$$(\omega-k\bar{u}_{\mathrm{i}}+i\nu_{\mathrm{in}})v_i=i\Omega_{\mathrm{c}}u_i, \tag{32}$$

$$(\omega-k\bar{u}_{\mathrm{e}})u_e=-i\omega_{\mathrm{c}}\left(\frac{E_x}{\bar{B}}-v_e\right), \tag{33}$$

$$(\omega-k\bar{u}_{\mathrm{e}})v_e=-i\omega_{\mathrm{c}}u_e, \tag{34}$$

$$(\omega-k\bar{u}_{\mathrm{i}})n_p+i\frac{d\bar{n}}{dy}v_i-k\bar{n}u_i=0, \tag{35}$$

$$(\omega-k\bar{u}_{\mathrm{e}})n_p+i\frac{d\bar{n}}{dy}v_e-k\bar{n}u_e=0. \tag{36}$$

$(\omega-k\bar{u}_{\mathrm{i}}+i\nu_{\mathrm{in}})^2\ll\Omega_{\mathrm{c}}^2$，$\omega-k\bar{u}_{\mathrm{e}}\ll\omega_{\mathrm{c}}$ の条件の下で，式 (31)〜(34) から

$$u_i=i\frac{(\omega-k\bar{u}_{\mathrm{i}}+i\nu_{\mathrm{in}})/\Omega_{\mathrm{c}}}{(\omega-k\bar{u}_{\mathrm{i}}+i\nu_{\mathrm{in}})^2/\Omega_{\mathrm{c}}^2-1}\frac{E_x}{\bar{B}}\approx-i\frac{\omega-k\bar{u}_{\mathrm{i}}+i\nu_{\mathrm{in}}}{\Omega_{\mathrm{c}}}\frac{E_x}{\bar{B}}, \tag{37}$$

$$v_i=\frac{E_x}{\bar{B}}, \tag{38}$$

$$u_e=-i\frac{(\omega-k\bar{u}_{\mathrm{e}})/\omega_{\mathrm{c}}}{(\omega-k\bar{u}_{\mathrm{e}})^2/\omega_{\mathrm{c}}^2-1}\frac{E_x}{\bar{B}}\approx 0, \tag{39}$$

$$v_e=\frac{E_x}{\bar{B}} \tag{40}$$

を得る．式 (38),(40) から v_i, v_e は $\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$ ドリフト（付録 A.2 参照）していることが分かる．

さらに，式 (35),(36) からは ω に関する

$$\omega^2-(k\bar{u}_{\mathrm{i}}-i\nu_{\mathrm{in}})\omega+g\frac{d\bar{n}/dy}{\bar{n}}=0$$

という振動数方程式を得て，これを解くと

$$\begin{aligned}\omega&=\frac{k\bar{u}_{\mathrm{i}}-i\nu_{\mathrm{in}}}{2}\pm\frac{\sqrt{(k\bar{u}_{\mathrm{i}}-i\nu_{\mathrm{in}})^2-4g\{(d\bar{n}/dy)/\bar{n}\}}}{2}\\&=\frac{k\bar{u}_{\mathrm{i}}-i\nu_{\mathrm{in}}}{2}\pm\frac{\sqrt{k^2\bar{u}_{\mathrm{i}}^2-\nu_{\mathrm{in}}^2-4g\{(d\bar{n}/dy)/\bar{n}\}-i2k\bar{u}_{\mathrm{i}}}}{2}.\end{aligned} \tag{41}$$

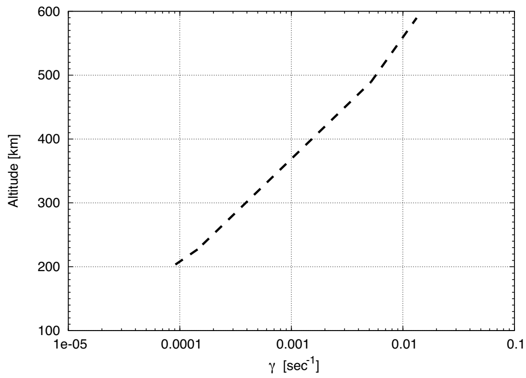


図１２　Growth rate [7)]
典型的な条件のもとにおける成長率 γ．

いま，式 (41) において $k\approx 0$ と置く．すると

$$\begin{aligned}\omega&\approx\frac{-i\nu_{\mathrm{in}}\pm i\sqrt{\nu_{\mathrm{in}}^2+4g\{(d\bar{n}/dy)/\bar{n}\}}}{2}\\&\approx i\frac{\nu_{\mathrm{in}}}{2}\left\{-1\pm\sqrt{1+\frac{4g}{\nu_{\mathrm{in}}^2}\left(\frac{d\bar{n}/dy}{\bar{n}}\right)}\right\},\end{aligned}$$

$\left(4g/\nu_{\mathrm{in}}^2\right)\{(d\bar{n}/dy)/\bar{n}\}\ll 1$ として，

$$\begin{aligned}\gamma&=\Im\mathrm{m}(\omega)\\&=\frac{\nu_{\mathrm{in}}}{2}\left[-1\pm\left\{1+\frac{2g}{\nu_{\mathrm{in}}^2}\left(\frac{d\bar{n}/dy}{\bar{n}}\right)-\dots\right\}\right]\\&\approx\frac{g}{\nu_{\mathrm{in}}}\frac{d\bar{n}/dy}{\bar{n}}.\end{aligned} \tag{42}$$

ただし，複合は正号をとった．式 (42) の γ は ω の虚部であり，これが正の符号をもつということは，たとえば v'_{i} を例にとり $\omega=i\gamma$ とすると

$$v'_{\mathrm{i}}=v_i e^{i(kx-i\gamma t)}=v_i e^{ikx}e^{\gamma t}$$

となって，ゆらぎの波数 k がいくら小さくても完全にゼロでない限り，境界付近の擾乱（摂動）の振幅が時間の経過に伴い指数関数的に発達することを意味する．γ を不安定性の成長率 [3,7)]，と呼ぶ．図 12 に γ のグラフを示す．

本節の結果は，プラズマ境界面に生じたゆらぎがレイリー・テイラー不安定性のもとで発達することを示した．

なお，ここで行ったことは線型安定論の初歩的な範疇の解析であり，この結果をもって直ちにプラズマバブルが発生するとは言えない．将来これがプラズマバブルへ発展するとしても，そのメカニズムを理解するにはさらに別の条件を加味した非線型性を考慮した解析を要する．

９．ラム波

電離層境界面付近の中性気体にラム波が伝播しているとき，これによって電離気体に運動が伝達されて，境界面にゆらぎが生じるか検討する．

前節の議論は，振動の問題としては境界面ゆらぎの自由振動を対象とした．本節では境界面ゆらぎの強制振動問題を扱う．

まず，プラズマの波動における固有のパラメータを調べておく．磁界 $\bar{\boldsymbol{B}}$ と交差して東西方向へ進行する波動としては，電子とイオンの静電振動 [14)]がある．それらの固有振動数は，電子波の場合は $\omega_{\mathrm{h}} = \sqrt{\omega_{\mathrm{p}}^2 + \omega_{\mathrm{c}}^2}\ \mathrm{s}^{-1}$ である．$\omega_{\mathrm{h}}\ \mathrm{s}^{-1}$ を高域混成周波数といい，$\omega_{\mathrm{p}} = \sqrt{(4\pi\bar{n}e^2)/m}\ \mathrm{s}^{-1}$：プラズマ周波数，$\omega_{\mathrm{c}}\ \mathrm{s}^{-1}$：電子サイクロトロン周波数である．イオン波に対して，進行方向が $\bar{\boldsymbol{B}}$ に完全に直交している場合は低域混成周波数：$\omega_{\mathrm{l}} = \sqrt{\Omega_{\mathrm{c}}\omega_{\mathrm{c}}}\ \mathrm{s}^{-1}$ である．$\Omega_{\mathrm{c}}\ \mathrm{s}^{-1}$：イオンサイクロトロン周波数である．また，進行方向が完全に直交していない場合は静電イオンサイクロトロン波の周波数が $\sqrt{\Omega_{\mathrm{c}}^2 + k^2 v_{\mathrm{s}}^2}\ \mathrm{s}^{-1}$ である．$v_{\mathrm{s}} = \sqrt{\gamma_{\mathrm{i}} k_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{i}}/M}\ \mathrm{m\,s}^{-1}$ はイオンの音速，γ_{i}：比熱比，$k_{\mathrm{B}}\ \mathrm{J\,K}^{-1}$：ボルツマン定数，$T_{\mathrm{i}}\ \mathrm{K}$：イオン温度，$M\ \mathrm{kg}$：イオン質量である．電子質量 $m = 0.91 \times 10^{-30}\ \mathrm{kg}$ である．これらの波動は固有周波数が $\omega_{\mathrm{p}} \approx 60\ \mathrm{s}^{-1}$ よりはるかに高く，進行方向に振動する縦波である．ところが，本報告で問題とする周波数帯域は，はるかに低く $10^{-2} \lessapprox \omega \lessapprox 10^{1/2}\ \mathrm{s}^{-1}$ であり，これらとの共振は全く問題とならない．のみならず，プラズマの圧縮性も作用せずに液体のようにふるまうと仮定できる．

中性気体（粒子は O 一種類と考える）の運動としてラム波があって，イオン（O^+ だけとする）との衝突により電離気体になんらかの運動が生じるものとして，プラズマ運動の摂動を考える．

中性気体の運動は，$\omega < 0$ として式 (21) から，

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{v}_{\mathrm{n}}' &= c_{\mathrm{s}} \frac{\rho_{\mathrm{G}}'}{\bar{\rho}} \exp\left\{-\frac{g}{c_{\mathrm{s}}^2}|y| + i\,(kx - \omega t)\right\}\hat{\boldsymbol{x}} \\
&\equiv u_{\mathrm{n}} e^{i(kx-\omega t)}\hat{\boldsymbol{x}}
\end{aligned}
$$

とする．ただし，式 (23) の $\omega^2 = c_{\mathrm{s}}^2 k^2$ は保持する．$u_{\mathrm{n}} = c_s(\rho_{\mathrm{G}}'/\bar{\rho})\exp\left(-g/c_{\mathrm{s}}^2 \cdot |y|\right)$ と置いた．

座標原点は電離圏が静止している際の F 層の下部境界面（高度 150〜300 km）内にあるので，式 (21) に含まれる変数 y を $|y|$ に置換えている（図 8 のグラフは x-z 面に対して鏡像対称となる）．そうしないと $y < 0$ で u_{n} が指数関数的に増大してしまうからである．

中性気体の主流は $\bar{u} = \bar{v} = 0$ である．6 節の結果に関わらず実際の温度，密度，気圧は図 2 を見ると原点付近で大きな勾配がある．一方，u_{n} の表式から，中性気体の運動は $|y_{\mathrm{n}}| \leqq c_{\mathrm{s}}^2/g \approx 10^4$ m 程度に限定されている．他方，高度 120 km 以上でスケールハイト $H > 10$ km （高度 200 km で $H \approx 50$ km，高度 300 km で約 70 km）である [25)]．スケールハイトとは大気を等温，または等密度としたときの重心の高度であるから，$\pm H$ の範囲を等温，または等密度で近似できると考えられる．したがって，原点付近において $|y_{\mathrm{n}}| \ll |H|$ であるから，主流の密度と圧力，温度は，この条件の下で限定的に一定（$\bar{\rho} = \mathrm{const.}$，$\bar{p} = \mathrm{const.}$，$\bar{T} = \mathrm{const.}$）であると仮定する．

密度，圧力と温度は $y = 0$ での値 $\bar{\rho} = \bar{\rho}_0$，$\bar{p} = \bar{p}_0$，$\bar{T} = \bar{T}_0$ を用いる．

基礎方程式は式 (5)〜(7) である．ただし，電離気体の運動に反磁性ドリフト（付録 A.5 参照）を導入するために ∇p_j は残す．

8 節と同様に運動の場を主流と摂動場に分ける．

$$
\begin{gathered}
\boldsymbol{v}_j = \bar{\boldsymbol{v}}_j + \boldsymbol{v}_j', \quad n = \bar{n} + n', \quad T_j = \bar{T}_j + T_j', \\
\boldsymbol{E} = \bar{\boldsymbol{E}} + \boldsymbol{E}', \quad \boldsymbol{B} = \bar{\boldsymbol{B}}
\end{gathered}
$$

と置く．ここでも以下の近似（モデル化）を行う．

$$
\begin{gathered}
\bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{i}} = \bar{u}_{\mathrm{i}}(x,y,t)\hat{\boldsymbol{x}}, \quad \bar{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{e}} = \bar{u}_{\mathrm{e}}(x,y,t)\hat{\boldsymbol{x}}, \\
\boldsymbol{v}_{\mathrm{i}}' = u_{\mathrm{i}}'(x,y,t)\hat{\boldsymbol{x}} + v_{\mathrm{i}}'(x,y,t)\hat{\boldsymbol{y}}, \\
\boldsymbol{v}_{\mathrm{e}}' = u_{\mathrm{e}}'(x,y,t)\hat{\boldsymbol{x}} + v_{\mathrm{e}}'(x,y,t)\hat{\boldsymbol{y}}, \\
\bar{n} = \bar{n}(y), \quad n' = n'(x,y,t), \\
\bar{\boldsymbol{E}} = 0, \quad \boldsymbol{E}' = E_x'(x,y,t)\hat{\boldsymbol{x}}, \\
\bar{\boldsymbol{B}} = -\bar{B}\hat{\boldsymbol{z}}, \quad \nu_{\mathrm{en}} = 0, \quad T_{\mathrm{i}}' \approx T_{\mathrm{e}}' \approx 0, \\
\boldsymbol{v}_{\mathrm{n}} = \boldsymbol{v}_{\mathrm{n}}' = u_{\mathrm{n}} e^{i(kx-\omega t)}\hat{\boldsymbol{x}} \equiv \tilde{u}_{\mathrm{n}}\hat{\boldsymbol{x}}.
\end{gathered}
$$

電離気体の主流は式 (24) であり，速度の摂動部分に対して中性気体のラム波が外力として加わる．よって，式 (6) から

$$
\begin{aligned}
M\bar{n}\left[\frac{\partial u_{\mathrm{i}}'}{\partial t} + \bar{u}_{\mathrm{i}}\frac{\partial u_{\mathrm{i}}'}{\partial x}\right] &= e\bar{n}\left(E_x' - v_{\mathrm{i}}'\bar{B}\right) \\
&\quad - k_{\mathrm{B}}\bar{T}_{\mathrm{i}}\frac{\partial n'}{\partial x} - M\bar{n}\nu_{\mathrm{in}}\left(u_{\mathrm{i}}' - \tilde{u}_{\mathrm{n}}\right), \quad (43)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
M\bar{n}\left[\frac{\partial v_{\mathrm{i}}'}{\partial t} + \bar{u}_{\mathrm{i}}\frac{\partial v_{\mathrm{i}}'}{\partial x}\right] &= e\bar{n}u_{\mathrm{i}}'\bar{B} - k_{\mathrm{B}}\bar{T}_{\mathrm{i}}\frac{\partial n'}{\partial y} \\
&\quad - M\bar{n}\nu_{\mathrm{in}}v_{\mathrm{i}}', \quad (44)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
m\bar{n}\left[\frac{\partial u_{\mathrm{e}}'}{\partial t} + \bar{u}_{\mathrm{e}}\frac{\partial u_{\mathrm{e}}'}{\partial x}\right] &= -e\bar{n}\left(E_x' - v_{\mathrm{e}}'\bar{B}\right) \\
&\quad - k_{\mathrm{B}}\bar{T}_{\mathrm{e}}\frac{\partial n'}{\partial x}, \quad (45)
\end{aligned}
$$

$$
m\bar{n}\left[\frac{\partial v_{\mathrm{e}}'}{\partial t} + \bar{u}_{\mathrm{e}}\frac{\partial v_{\mathrm{e}}'}{\partial x}\right] = -e\bar{n}u_{\mathrm{e}}'\bar{B} - k_{\mathrm{B}}\bar{T}_{\mathrm{e}}\frac{\partial n'}{\partial y}. \quad (46)
$$

式 (5) から

$$
\frac{\partial n'}{\partial t} + \bar{u}_{\mathrm{i}}\frac{\partial n'}{\partial x} + v_{\mathrm{i}}'\frac{d\bar{n}}{dy} + \bar{n}\frac{\partial u_{\mathrm{i}}'}{\partial x} + \bar{n}\frac{\partial v_{\mathrm{i}}'}{\partial y} = 0, \quad (47)
$$

式 (7) の x 成分から

$$
0 = \bar{n}e\left(u_{\mathrm{i}}' - u_{\mathrm{e}}'\right) + \varepsilon\frac{\partial E_x'}{\partial t}. \quad (48)
$$

式 (48) はマックスウェルの方程式のアンペールの法則から得たが，これ自体が（発散をとれば）電流密度の保存方程式となっている．この式を通して，イオンと電子の運動がカップリングする．

考えている境界面のゆらぎ（図 11）の振幅は非常に小さいことを仮定している．総ての摂動変数は境界付近で x 軸方向へはゆるやかに変動するが，y 軸方向へは急速に小さくなる関数であると考えられる．

ここで，式 (43)〜(46) の左辺おける（大カッコでくくられた）慣性力（加速度）の項を省略できるか検討する．そのために，$\partial/\partial t = i\omega$，$\bar{\boldsymbol{v}}_j\cdot\nabla = ik\bar{u}_j$，$|\omega/k| = c_{\mathrm{s}}$ として，左辺の慣性力項と右辺の中で主要なローレンツ力項 $\boldsymbol{v}'_j\times\bar{\boldsymbol{B}}$ の大きさを比較して確認する [14]．速度 $\boldsymbol{v}'_j$ は $\bar{\boldsymbol{B}}$ に垂直な成分 $v'_\perp$ と表現する．

$$\left|\frac{m_j n_j \dfrac{\partial v'_{\perp j}}{\partial t}}{q_j n_j(\boldsymbol{v}'_j\times\bar{\boldsymbol{B}})}\right| \approx \left|\frac{m_j n_j (i\omega) v'_{\perp j}}{q_j n_j v'_{\perp j}\bar{B}}\right| = \left|\frac{\omega}{\omega_{\mathrm{c}j}}\right|,$$

$$\left|\frac{m_j n_j(\bar{\boldsymbol{v}}_j\cdot\nabla)v'_{\perp j}}{q_j n_j(\boldsymbol{v}'_j\times\bar{\boldsymbol{B}})}\right| \approx \left|\frac{m_j n_j(ik\bar{u}_j)v'_{\perp j}}{q_j n_j v'_{\perp j}\bar{B}}\right| = \left|\frac{\dfrac{\omega}{c_{\mathrm{s}}}\bar{u}_j}{\omega_{\mathrm{c}j}}\right|.$$

RSM の監視対象周波数 ω の範囲は $10^{-2} \lessapprox \omega \lessapprox 10^{1/2}\ \mathrm{s}^{-1}$ であり，サイクロトロン周波数 $\omega_{\mathrm{c}j}$ は $\Omega_{\mathrm{c}} = 150\ \mathrm{s}^{-1}$，$\omega_{\mathrm{c}} = 4.4\times10^{6}\ \mathrm{s}^{-1}$，音速 $c_{\mathrm{s}} = 300\ \mathrm{m\ s}^{-1}$，で重力ドリフトによる主流の速度 $\bar{u}_j$ は，$\bar{u}_{\mathrm{i}} = 6.5\times10^{-2}\ \mathrm{m\ s}^{-1}$，$\bar{u}_{\mathrm{e}} = 2.2\times10^{-6}\ \mathrm{m\ s}^{-1}$ であるから，慣性力は無視できる程度であることが分ったから省略する．

6 個の未知変数，u'_{i}，v'_{i}，u'_{e}，v'_{e}，n'，E'_x に対して式 (43)〜(48) の 6 本の方程式を解く．

電離気体の運動は中性気体の運動によって駆動される強制振動である．したがって，第一義的にはイオン，電子の運動は中性気体の運動であるラム波の周波数 ω と波数 k に等しい運動が生じるはずである．その運動の振幅が増幅するか，減衰するかを考察するのが本節の課題である．

解を次のように置く．

$$u'_{\mathrm{i}} = u_i(y)e^{i(kx-\omega t)},\quad v'_{\mathrm{i}} = v_i(y)e^{i(kx-\omega t)},$$
$$u'_{\mathrm{e}} = u_e(y)e^{i(kx-\omega t)},\quad v'_{\mathrm{e}} = v_e(y)e^{i(kx-\omega t)},$$
$$n' = n_p(y)e^{i(kx-\omega t)},\quad E'_x = E_x(y)e^{i(kx-\omega t)}.$$

式 (43)〜(48) に代入して

$$\Omega_{\mathrm{c}}\left(\frac{E_x}{\bar{B}} - v_i\right) - ikv_{\mathrm{Di}}\Omega_{\mathrm{c}}\frac{n_p}{d\bar{n}/dy} = \nu_{\mathrm{in}}\left(u_i - u_n e^{-g|y|/c_{\mathrm{s}}^2}\right), \tag{49}$$

$$\Omega_{\mathrm{c}}u_i - v_{\mathrm{Di}}\Omega_{\mathrm{c}}\frac{dn_p/dy}{d\bar{n}/dy} = \nu_{\mathrm{in}}v_i, \tag{50}$$

$$\omega_{\mathrm{c}}\left(\frac{E_x}{\bar{B}} - v_e\right) - ikv_{\mathrm{De}}\omega_{\mathrm{c}}\frac{n_p}{d\bar{n}/dy} = 0, \tag{51}$$

$$\omega_{\mathrm{c}}u_e - v_{\mathrm{De}}\omega_{\mathrm{c}}\frac{dn_p/dy}{d\bar{n}/dy} = 0, \tag{52}$$

$$(\omega - k\bar{u}_{\mathrm{i}})n_p - k\bar{n}u_i + i\frac{d\bar{n}}{dy}v_i + i\bar{n}\frac{dv_i}{dy} = 0, \tag{53}$$

$$\bar{n}eu_i - \bar{n}eu_e - i\omega\varepsilon E_x = 0. \tag{54}$$

ただし，$u_n = c_{\mathrm{s}}\rho_{\mathrm{G}}/\bar{\rho}$ で，

$$v_{\mathrm{Di}} = \{k_{\mathrm{B}}\bar{T}_{\mathrm{i}}/(e\bar{B})\}\{(d\bar{n}/dy)/\bar{n}\},$$
$$v_{\mathrm{De}} = -\{k_{\mathrm{B}}\bar{T}_{\mathrm{e}}/(e\bar{B})\}\{(d\bar{n}/dy)/\bar{n}\}$$

はイオンと電子の反磁性ドリフト速度である（付録 A.5 参照）．

方程式 (49)〜(54) を解くと

$$\begin{aligned} u_i &= c_1 e^{-\left(\alpha+\sqrt{\alpha^2-4\beta}\right)|y|/2} \\ &\quad + c_2 e^{-\left(\alpha-\sqrt{\alpha^2-4\beta}\right)|y|/2} \\ &\quad + \frac{U_i}{\dfrac{g^2}{c_{\mathrm{s}}^4} - \dfrac{g}{c_{\mathrm{s}}^2}\alpha + \beta}u_n e^{-g|y|/c_{\mathrm{s}}^2}, \end{aligned} \tag{55}$$

$$\begin{aligned} v_i &= c_3 e^{-\left(\alpha+\sqrt{\alpha^2-4\beta}\right)|y|/2} \\ &\quad + c_4 e^{-\left(\alpha-\sqrt{\alpha^2-4\beta}\right)|y|/2} \\ &\quad + \frac{V_i}{\dfrac{g^2}{c_{\mathrm{s}}^4} - \dfrac{g}{c_{\mathrm{s}}^2}\alpha + \beta}u_n e^{-g|y|/c_{\mathrm{s}}^2}, \end{aligned} \tag{56}$$

$$\begin{aligned} u_e &= c_5 e^{-\left(\alpha+\sqrt{\alpha^2-4\beta}\right)|y|/2} \\ &\quad + c_6 e^{-(\alpha-\sqrt{\alpha^2-4\beta})|y|/2} + c_7 e^{\varepsilon|y|} \\ &\quad - \frac{U_e u_n e^{-g|y|/c_{\mathrm{s}}^2}}{\left(\dfrac{g^2}{c_{\mathrm{s}}^4} - \dfrac{g}{c_{\mathrm{s}}^2}\alpha + \beta\right)\left(\dfrac{g}{c_{\mathrm{s}}^2} + \varepsilon\right)}, \end{aligned} \tag{57}$$

$$\begin{aligned} v_e &= c_8 e^{-\left(\alpha+\sqrt{\alpha^2-4\beta}\right)|y|/2} \\ &\quad + c_9 e^{-\left(\alpha-\sqrt{\alpha^2-4\beta}\right)|y|/2} + c_{10} e^{\varepsilon|y|} \\ &\quad - \frac{V_e u_n e^{-g|y|/c_{\mathrm{s}}^2}}{\left(\dfrac{g^2}{c_{\mathrm{s}}^4} - \dfrac{g}{c_{\mathrm{s}}^2}\alpha + \beta\right)\left(\dfrac{g}{c_{\mathrm{s}}^2} + \varepsilon\right)}, \end{aligned} \tag{58}$$

$$\begin{aligned} n_p &= c_{11} e^{-\left(\alpha+\sqrt{\alpha^2-4\beta}\right)|y|/2} \\ &\quad + c_{12} e^{-\left(\alpha-\sqrt{\alpha^2-4\beta}\right)|y|/2} \\ &\quad + \frac{N_p}{\dfrac{g^2}{c_{\mathrm{s}}^4} - \dfrac{g}{c_{\mathrm{s}}^2}\alpha + \beta}u_n e^{-g|y|/c_{\mathrm{s}}^2}, \end{aligned} \tag{59}$$

$$\begin{aligned} E_x &= c_{13} e^{-\left(\alpha+\sqrt{\alpha^2-4\beta}\right)|y|/2} \\ &\quad + c_{14} e^{-\left(\alpha-\sqrt{\alpha^2-4\beta}\right)|y|/2} + c_{15} e^{\varepsilon|y|} \\ &\quad - \frac{E_X u_n e^{-g|y|/c_{\mathrm{s}}^2}}{\left(\dfrac{g^2}{c_{\mathrm{s}}^4} - \dfrac{g}{c_{\mathrm{s}}^2}\alpha + \beta\right)\left(\dfrac{g}{c_{\mathrm{s}}^2} + \varepsilon\right)} \end{aligned} \tag{60}$$

が得られる．ただし，$c_1 \sim c_{15}$ は積分定数であり，

$$\alpha = \bar{\alpha} + \alpha',\qquad \bar{\alpha} = \frac{d\bar{n}/dy}{\bar{n}},\qquad \alpha' = -\frac{i\nu_{\mathrm{in}}kv_{\mathrm{De}}}{V_{\mathrm{D}}\Omega_{\mathrm{c}}},$$
$$\beta = \frac{\omega(\omega - k\bar{u}_{\mathrm{i}} + kv_{\mathrm{Di}})\bar{\alpha}}{V_{\mathrm{D}}\Omega_{\mathrm{c}}} + \frac{\nu_{\mathrm{in}}^2\omega(\omega - k\bar{u}_{\mathrm{i}})\bar{\alpha}}{V_{\mathrm{D}}\Omega_{\mathrm{c}}^3}$$

$$
\begin{aligned}
&+\frac{i\nu_{\rm in}k^2 v_{\rm Di}\omega}{V_{\rm D}\Omega_{\rm c}^2}+\frac{i\nu_{\rm in}(\omega-k\bar{u}_{\rm i})\bar{\alpha}}{V_{\rm D}\Omega_{\rm c}},\\
U_i&=\frac{i\nu_{\rm in}v_{\rm Di}\omega}{V_{\rm D}\Omega_{\rm c}^2}\left(\bar{\alpha}-\frac{g}{c_{\rm s}^2}\right)\frac{g}{c_{\rm s}^2}+\frac{\nu_{\rm in}^2\omega(\omega-k\bar{u}_{\rm i})\bar{\alpha}}{V_{\rm D}\Omega_{\rm c}^3},\\
V_i&=\frac{\nu_{\rm in}kv_{\rm Di}\omega}{V_{\rm D}\Omega_{\rm c}^2}\frac{g}{c_{\rm s}^2}+\frac{\nu_{\rm in}\omega(\omega-k\bar{u}_{\rm i})\bar{\alpha}}{V_{\rm D}\Omega_{\rm c}^2},\\
U_e&=\frac{i\nu_{\rm in}v_{\rm De}\omega}{V_{\rm D}\Omega_{\rm c}^2}\frac{g}{c_{\rm s}^2}\left[\frac{g}{c_{\rm s}^2}-\left(\bar{\alpha}+\frac{i\nu_{\rm in}k}{\Omega_{\rm c}}\right)\right]\left(\frac{g}{c_{\rm s}^2}+\varepsilon\right),\\
V_e&=\frac{v_{\rm Di}-v_{\rm De}}{V_{\rm D}}\frac{\nu_{\rm in}}{\Omega_{\rm c}}\left[\frac{g^2}{c_{\rm s}^4}-\left\{\frac{kv_{\rm De}\omega-i\nu_{\rm in}kv_{\rm De}}{(v_{\rm Di}-v_{\rm De})\Omega_{\rm c}}\right.\right.\\
&\left.+\bar{\alpha}\right\}\frac{g}{c_{\rm s}^2}+\left\{\frac{kv_{\rm De}\omega+i\nu_{\rm in}(\omega-k\bar{u}_{\rm i})}{(v_{\rm Di}-v_{\rm De})\Omega_{\rm c}}\bar{\alpha}\right.\\
&\left.\left.+\frac{i\nu_{\rm in}k^2v_{\rm De}\omega}{(v_{\rm Di}-v_{\rm De})\Omega_{\rm c}^2}\right\}\right]\left(\frac{g}{c_{\rm s}^2}+\varepsilon\right),\\
N_p&=\frac{i\nu_{\rm in}\omega}{V_{\rm D}\Omega_{\rm c}^2}\frac{d\bar{n}}{dy}\frac{g}{c_{\rm s}^2}-\frac{i\nu_{\rm in}\omega\bar{\alpha}}{V_{\rm D}\Omega_{\rm c}^2}\frac{d\bar{n}}{dy}+\frac{\nu_{\rm in}^2k\bar{n}\omega\bar{\alpha}}{V_{\rm D}\Omega_{\rm c}^3},\\
E_X&=\frac{(v_{\rm Di}-v_{\rm De})\bar{B}}{V_{\rm D}}\frac{\nu_{\rm in}}{\Omega_{\rm c}}\left[\frac{g^2}{c_{\rm s}^4}+\left\{\frac{i\nu_{\rm in}kv_{\rm De}}{(v_{\rm Di}-v_{\rm De})\Omega_{\rm c}}\right.\right.\\
&\left.\left.-\bar{\alpha}\right\}\frac{g}{c_{\rm s}^2}+\frac{i\nu_{\rm in}(\omega-k\bar{u}_{\rm i})\bar{\alpha}}{(v_{\rm Di}-v_{\rm De})\Omega_{\rm c}}\right]\left(\frac{g}{c_{\rm s}^2}+\varepsilon\right),\\
V_{\rm D}&=(v_{\rm Di}-v_{\rm De})-\frac{i\nu_{\rm in}v_{\rm Di}\omega}{\Omega_{\rm c}^2},\quad \varepsilon=\frac{\omega-k\bar{u}_{\rm i}}{kv_{\rm Di}}\bar{\alpha}.
\end{aligned}
$$

である．ここに，$\omega=-c_{\rm s}k$ である．

得られた結果を評価する．積分定数 $c_1\sim c_{15}$ は，適切な境界条件を与えれば決定できるが，ここではもとの方程式 (43) だけに含まれていたが，カップリングのために最終的にはすべての未知変数の方程式に含まれる強制力項（中性気体の運動を表す u_n を含んだ項，非斉次項）による特殊解に注目するので $c_1\sim c_{15}$ のすべてを 0 とする．

方程式の解 (55)〜(60) は複素数であるが，これらを $f=|f|e^{i\varphi}$ と書く（$|f|=\sqrt{\Re{\rm e}[f]^2+\Im{\rm m}[f]^2}$：$f$ の振幅，$\varphi=\tan^{-1}(\Im{\rm m}[f]/\Re{\rm e}[f])$：$f$ の位相）と，強制振動入力の速度 $u_{\rm n}e^{i(kx-\omega t)}$ に対して，振動系としての電離気体の応答（出力）振幅比が $|f|/u_n$，位相遅れが φ rad であることを表す．そこで入力の角振動数 ω rad s^{-1} の変化に対して，振幅比 $|f|/u_n$ の変動を調べる．

これは，中性気体において一定の振幅で生じているラム波によって駆動される電離気体の強制振動の出力振幅の変動を検査することである．そこで，角周波数 ω（分散関係も維持すると仮定しているので ω に依存して波数 k も比例する）のみを変化させて，電離気体の運動成分の振幅の変化を測定して共振曲線を作る．その結果，振幅比が 1 を越えていれば，その周波数で電離気体の運動が発生しているとみなされ，観測にかかった可能性が見出される．もし，振幅比が 1 を下回っていれば運動は減衰しており，観測された可能性が乏しくなる．

その際，電離気体の運動を考える上で，8 節の式

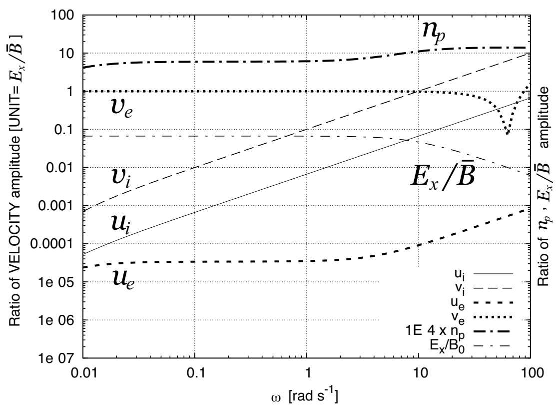


図１３　Resonance curve

電離気体に生じる運動の共振曲線．速度 u_i,v_i,u_e,v_e は $\boldsymbol{E}'\times\bar{\boldsymbol{B}}$ ドリフトの大きさ $E_x/\bar{B}$ に対する比で表示．電子数密度 n_p と $E_x/\bar{B}$ は入力振幅 u_n に対する振幅比．

(37)〜(40) の結果を考えると，$\boldsymbol{E}'\times\bar{\boldsymbol{B}}$ ドリフトは電離圏プラズマの運動特性の本質を表すパラメータであると理解できる．そこで，共振特性では電離気体の運動成分（u_i,v_i,u_e,v_e）は，$\boldsymbol{E}'\times\bar{\boldsymbol{B}}$ の大きさを単位として測定することとする．

$u_{\rm n}=u_ne^{-g|y|/c_{\rm s}^2+i(kx-\omega t)}$ であるあら，$y=0$ における振幅比を計算した結果を図 13 に示す．ただし，パラメータは以下の数値を用いた．$\bar{u}_{\rm i}=6.5$ cm s^{-1}，$v_{\rm Di}=-v_{\rm De}=3.5$ m s^{-1}，$\Omega_{\rm c}=150$ s^{-1}，$g=9.8$ m s^{-2}，$c_{\rm s}=300$ m s^{-1}，$\bar{B}=0.25\times10^{-4}$ T，$\nu_{\rm in}=10$ s^{-1}，$(d\bar{n}/dy)/\bar{n}=10^{-3}$ m^{-1}（図 12 の γ は，$\nu_{\rm in}=10$ s^{-1} であるから，$(d\bar{n}/dy)/\bar{n}$ を示している），Bilitza [15] を参考に $\bar{n}=1\times10^{10}$ m^{-3} の概略値を用いた．

図 13 の横軸は角振動数 ω rad s^{-1}，縦軸は速度の成分を $|\boldsymbol{E}'\times\bar{\boldsymbol{B}}|/\bar{B}^2=E_x/\bar{B}$ の比で表している．n_p と $E_x/\bar{B}$ は，u_n に対する振幅比である．

図から，v_e は計算したほぼ全域で振幅比が 1 であることが分かる．すなわち $v_e=E_x/\bar{B}$ m s^{-1} ということであり，RSM の監視周波数帯域 $1\times10^{-2}\leqq\omega\leqq10^{1/2}$ rad s^{-1} で電離気体に運動（$\boldsymbol{E}'\times\bar{\boldsymbol{B}}$ ドリフト）が生じたと見なせることを示している．v_i は電子より慣性が大きいために振幅が小さくなっていると理解できる．

さらに，v_i, $v_e\neq0$ が得られたことに注意する必要がある．これは，電離圏 F 層の下部境界面の形状の関数形を $y=\eta(x,t)$ とすると

$$
\frac{d\eta}{dt}=\frac{\partial\eta}{\partial t}+u\frac{\partial\eta}{\partial x}\approx\frac{\partial\eta}{\partial t}\equiv v
$$

となって，$v\neq0$ ということは境界面 η にゆらぎが生じていることを意味している．これに加えて，$E_x\neq0$ からも同様のことが言える．境界面にゆらぎが生じた結果，表面に分極が起こり E_x' が発生したと解釈できるのである．

すなわち，電離層境界面にゆらぎが生じたことが分かった．

以上の結果から，次の二つの結論を得る．

ひとつは，電離層境界面にゆらぎが起こり，その結果として電界 E'_x の空間分布が発生した．これにより，8節の議論（レイリー・テイラー不安定性）の前提条件が整ったので式 (25)〜(30) が成立する．よって8節の議論に帰着し，$\boldsymbol{E}'\times\bar{\boldsymbol{B}}$ ドリフトが生じて（式 (38),(40)）ゆらぎの振幅が時間の経過とともに発散する（式 (42)）．ゆえに，ゆらぎが発達する可能性がある．

第二に，$v_e(\omega)=E_x/\bar{B}$ であることは，ラム波によって駆動された電離気体の運動は，ラム波と等しい周波数と波数のとき，ラム波が継続している間，運動が消滅せずに継続することができる．よって，境界面のゆらぎはラム波と等しい位相速度（音速）で水平方向へ進行すると言える．

１０．プラズマ境界面の運動

F層下部境界面にゆらぎの振動が生じていることが分かった．ラム波が $k>0$ で x 軸正の方向へ向かう進行波であれば，境界面に生じるゆらぎの振動も同じ向きへ向かう進行波となる．

電離気体の摂動場の速度は式 (55)〜(60) において $c_1\sim c_{10}=0$ として，x 軸上（$y=0$）において，その複素変数の実部を用いれば

$$\begin{aligned}
u'_j &= \Re\mathrm{e}\left[u_j(-\omega)e^{i(kx-\omega t)}\right]\\
&= |u_j(-\omega)|\cos\left(\varphi_{uj}(-\omega)+kx-\omega t\right),\\
v'_j &= \Re\mathrm{e}\left[v_j(-\omega)e^{i(kx-\omega t)}\right]\\
&= |v_j(-\omega)|\cos\left(\varphi_{vj}(-\omega)+kx-\omega t\right)
\end{aligned}$$

と書ける．ただし，j は i（イオン），または，e（電子）で，$\varphi_{uj}=\tan^{-1}\left(\Im\mathrm{m}\left[u_j(-\omega)\right]/\Re\mathrm{e}\left[u_j(-\omega)\right]\right)$, $\varphi_{vj}=\tan^{-1}\left(\Im\mathrm{m}\left[v_j(-\omega)\right]/\Re\mathrm{e}\left[v_j(-\omega)\right]\right)$. である．

図 13 によれば，RSM の監視対象周波数帯域 $10^{-2}\leqq\omega\leqq10^{1/2}\ \mathrm{s}^{-1}$ の範囲で，電離気体速度の振幅比は $|u_n|=1$ に対して，$\boldsymbol{E}'\times\bar{\boldsymbol{B}}$ ドリフトの速度 $E_x/\bar{B}$ を単位として

$$\begin{aligned}
|u_i| &\approx 6.6\times10^{-3}\left|\frac{E_x}{\bar{B}}\right|\frac{\omega}{\omega_1},\\
|v_i| &\approx 0.1\left|\frac{E_x}{\bar{B}}\right|\frac{\omega}{\omega_1},\\
|u_e| &\approx 3.4\times10^{-5}\left|\frac{E_x}{\bar{B}}\right|\approx \mathrm{const.},\\
|v_e| &= 1.0\left|\frac{E_x}{\bar{B}}\right| = \mathrm{const.}
\end{aligned}$$

である．ただし，$\omega_1=1\ \mathrm{s}^{-1}$ である．したがって，電離気体（粒子はその旋回中心）が鉛直方向へ極端に長いらせん運動しながら水平方向へ，ゆっくりドリフトしていると考えられる．

ところが，たとえば $\omega=\omega_1\ \mathrm{s}^{-1}$ において $|u_j/v_j|$ の比をみると $|u_i/v_i|\approx6.6\times10^{-2}$, $|u_e/v_e|\approx3.4\times10^{-5}$ であるから，現実的な近似としては電離層境界面の運動として，鉛直方向の正弦波振動と考えることが適当であろう．すなわち，横波が生じたと見なせる．そして，水平方向へ一定の位相速度で進行している．

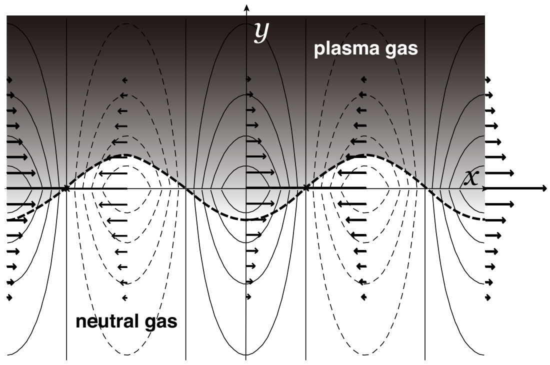


図１４　Plasma motion.

電離気体に生じる運動．図の上部がプラズマ気体で下部は中性気体のみ．境界面は正弦波的で y 方向に振動しながら，x 方向へ進行する．横向きの矢印は中性気体の速度ベクトルで，楕円状の等高線は中性気体の圧力と密度分布を示している．実線が高圧・高密度で点線が低圧・低密度を表す．

プラズマ境界面の運動のようすを図 14 に示す．図で上部の灰色の部分に電離気体の濃いプラズマがあり，下の部分は中性気体のみである．水平の矢印は，中性気体に生じたラム波の速度ベクトルであり，中性気体の密度，圧力の分布が楕円状の等高線で示されている．実線部分が密，点線部分は疎である．図中の太点線は $y=0$ にある電離気体の速度ベクトルの先端を連ねた曲線である．中性気体の疎密に対して，電離気体は液体のように密度と圧力をほぼ一定に保ちながら，高圧の部分で下側へ逃げて張出し，低圧部では上側へ引き戻すように運動していることが分かる．その結果，境界面としては（図中の太点線が $v\propto-\cos(kx-\omega t_0)$ の曲線であるから）$\eta\propto(1/\omega)\sin(kx-\omega t_0)$ のゆらぎが生じる．

さらに，ここで生じたプラズマ境界面の運動として重要なのは分散関係式が $\omega^2=c_\mathrm{s}^2k^2$ という点である．つまり，分散性のない波動である．

つぎに，高速現象の伝播速度が中性気体の音速に等しいことが分かった．音速と高度の関係は別に求められるので，伝播速度から高速現象の発生している高度が推定できるはずである．

音速の公式はよく知られた

$$c_\mathrm{s}=\sqrt{\gamma_\mathrm{n}RT_\mathrm{n}}=\sqrt{\gamma_\mathrm{n}p_\mathrm{n}/\rho}$$

である．圧力 $p_\mathrm{n}=n_\mathrm{n}k_\mathrm{B}T_\mathrm{n}$ Pa，密度 $\rho=n_\mathrm{n}M_\mathrm{n}$ kg m^{-3}，比熱比 γ_n，n_n m^{-3}：中性粒子数密度，k_B J K^{-1}：ボルツマン定数，T_n K：中性気体温度，

$M_{\rm n}$ kg：中性粒子質量を用いて整理すると，

$$c_{\rm s}=\sqrt{\frac{\gamma k_{\rm B}T_{\rm n}}{M_{\rm n}}}.$$

文献 [25] に高度に対する温度と平均分子量の表があるので，これを用いて音速を計算する．ただし，平均分子量（各分子に対する分子量と存在する比率の積の総和）を M' とすると，$M_{\rm n}=M'\times10^{-3}/(6.022\times10^{23})$ kg であり，$k_{\rm B}=1.38\times10^{-23}$ J K^{-1}，$\gamma_{\rm n}=1.4$ を代入して

$$c_{\rm s}\fallingdotseq\sqrt{1.1635\times10^{4}\frac{T_{\rm n}}{M'}} \qquad (61)$$

とした．式 (61) から計算した中性気体の音速と高度の関係が図 9 である．

高速現象がほんとうにラム波などの音波由来の現象であって，なおかつ，RSM の観測データから，高速現象に対しても速度情報が精度よく求められれば，図 9 や式 (61) を高度について解いた式などから，発生高度が推定できることが期待される．

１１．　まとめ

ALMA サイトに設置された直列二対の電波シーイングモニタ（RSM）により観測された高速現象は，赤道域の電離層 F 層に発生する擾乱であるプラズマバブル（赤道スプレッド F）に由来する現象であった [1]．つぎに，高速現象の発生を同定するための観測モデルが必要である．本報告では，観測モデルを構築するための基礎的な考察を行った．

プラズマバブルの成長はレイリー・テイラー不安定性の理論によって説明される．その際，内部重力波が電離層境界面にゆらぎを起こさせることが重要な役割を演じる．

高速現象の分散関係を調べたところ，RSM が観測した現象は外部重力波かラム波と分類された．そこで，電離層境界面に外部重力波としてのゆらぎが生じたとき，レイリー・テイラー不安定性により発達するか確認した．その上で，中性気体のラム波が電離層境界面にゆらぎを生じることができるか調べた．

その結果，以下の点が分かった．電離層境界面付近にゆらぎが生じると，その振幅は発達する．中性気体にラム波が生じると，電離層境界面にゆらぎを起こす．ゆらぎは音速の位相速度で水平方向へ進行する横波である．ゆらぎは分散性のない波動である．

高速現象がラム波に由来する現象ならば，発生している高度が速度成分から推定できる可能性がある．

今後，高速現象の特性を解明し観測モデルを確立するために，よりいっそう観測データからの情報収集を究めたい．そのため，得られた成果を生かし RSM 観測データの解析に取組む所存である．

謝辞

東北大学東北アジア研究センター工藤純一教授，および，国立天文台天文情報センター著作権管理係には画像データベースならびに刊行書籍から図版の転載を快くご許可戴いた．国立天文台出版委員会には大変お世話をお掛けした．特に工藤哲洋さんと相馬　充さんは完成度の低い原稿を並々ならぬ忍耐力で救い上げて下さった．

ここに，記して厚く感謝申し上る．

付録

Ａ．１　旋回運動

荷電粒子１個の質量を M kg，速度を $\boldsymbol{v}$ m s^{-1}，磁束密度を $\boldsymbol{B}$ T，電荷を q C とすると，その運動は

$$M\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$$

で求められる．右辺はローレンツ力である．

$$\boldsymbol{B}=-B\hat{\boldsymbol{z}},\quad \boldsymbol{v}=u\hat{\boldsymbol{x}}+v\hat{\boldsymbol{y}}.$$

ただし，$\{\hat{\boldsymbol{x}},\hat{\boldsymbol{y}},\hat{\boldsymbol{z}}\}$ は $\{x,y,z\}$ 方向の単位ベクトルとする．磁界の作用を見るために両辺に $\times\boldsymbol{B}$ を施すと

$$M\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}\times\boldsymbol{B}=q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{B}=-qB^2\boldsymbol{v}+q(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{B})\boldsymbol{B}.$$

$\boldsymbol{v}$ と $\boldsymbol{B}$ は直交しており，$\boldsymbol{B}$ は（時間に対して）一定であるとすると，

$$M\frac{d}{dt}(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})=-qB^2\boldsymbol{v},$$

$$\therefore\quad \frac{d^2\boldsymbol{v}}{dt^2}=-\Omega_{\rm c}^2\boldsymbol{v}.$$

ここに，

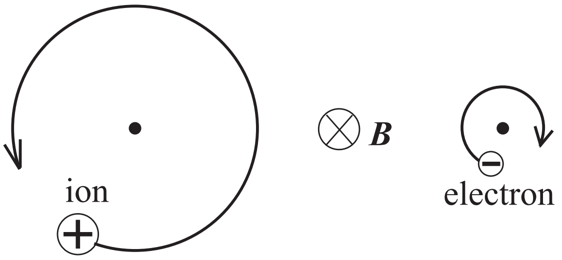
$$\text{イオンに対して：}\quad \Omega_{\rm c}=\frac{qB}{M},$$

$$\text{電子に対して：}\quad \omega_{\rm c}=\frac{qB}{m}$$

である．以降，M をイオンの質量として，電子質量は m kg とする．また，イオンは１個の正電荷なので，$q=e$ C，電子は $q=-e$ C（e：電気素量）である．$\Omega_{\rm c},\omega_{\rm c}$ をサイクロトロン周波数（cyclotron frequency），またはジャイロ周波数（gyrofrequency）という．

$\boldsymbol{v}$ について解くと

$$\boldsymbol{v}=v_{\perp}\exp\left(\pm i\Omega_{\rm c}t+\boldsymbol{\varphi}\right).$$



図A．1　Gyromotion under Magnetic field

$\oplus$：イオン，$\ominus$：電子，$\otimes$：磁界が紙面の表面から裏面へ貫く方向を向いている．イオンと電子の円運動の中心が旋回中心であり，矢印が回転の向きを示す．

ただし，$v_\perp$：$\boldsymbol{B}$ に垂直な平面で速さを表す正の定数，複号は q の符号，$\boldsymbol{\varphi}$：位相である．位相を適当にとり，速度の成分で表すと

$$u = v_\perp e^{-i\Omega_c t} = \frac{dx}{dt},$$
$$v = \mp\frac{1}{\Omega_c}\frac{du}{dt} = \mp i v_\perp e^{-i\Omega_c t} = \frac{dy}{dt}.$$

もう一度積分して実部をとると，

$$x - x_0 = \Re\mathrm{e}\left[-i\frac{v_\perp}{\Omega_c}e^{-i\Omega_c t}\right] = -r_L \sin\Omega_c t,$$
$$y - y_0 = \Re\mathrm{e}\left[\pm\frac{v_\perp}{\Omega_c}e^{-i\Omega_c t}\right] = \pm r_L \cos\Omega_c t.$$

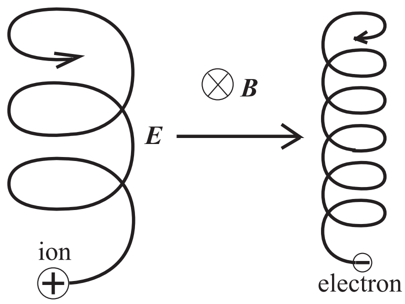
ここに，$r_L = v_\perp/\Omega_c$：イオンの Larmor 半径（電子の Larmor 半径 $= v_\perp/\omega_c$）である．

これは，固定された旋回中心（guiding center）(x_0, y_0) のまわりの円運動である（図 A.1）．

ここで，サイクロトロン周波数を見積もっておく．イオンは O^+（$M = 2.66\times10^{-26}$ kg）として，$e = 1.6\times10^{-19}$ C，$B = 0.25\times10^{-4}$ T を用いて $\Omega_c \approx 150\ \mathrm{s}^{-1}$，$\omega_c \approx 4.40\times10^6\ \mathrm{s}^{-1}$．

A．2　$\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$ ドリフト

共に時間の関数ではない，磁界 $\boldsymbol{B}$ T と直交する電界 $\boldsymbol{E}$ V m^{-1} がある場合の運動方程式は，



図A．2　$\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$ drift

電界 $\boldsymbol{E}$ と磁界 $\boldsymbol{B}$ があると，イオンと電子の旋回中心は共に $\boldsymbol{E}$ と $\boldsymbol{B}$ に直交する方向へ E/B の速度で並進運動する．

$$M\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = q\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}\right).$$

$\boldsymbol{E} = E\hat{\boldsymbol{x}}$，$\boldsymbol{B} = -B\hat{\boldsymbol{z}}$，$\boldsymbol{v} = u\hat{\boldsymbol{x}} + v\hat{\boldsymbol{y}}$ とする．両辺に $\times\boldsymbol{B}$ を施す

$$\frac{d}{dt}\left(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}\right) = \frac{q}{M}\left(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B} - B^2\boldsymbol{v}\right)$$
$$\therefore\quad \frac{d^2\boldsymbol{v}}{dt^2} = \Omega_c^2\left(\frac{\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}}{B^2} - \boldsymbol{v}\right).$$

ここで，$\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$ は y 方向の定ベクトルであるから，成分に分けて

$$\frac{d^2u}{dt^2} = -\Omega_c^2 u,\quad \frac{d^2}{dt^2}\left(v - \frac{E}{B}\right) = -\Omega_c^2\left(v - \frac{E}{B}\right).$$

よって，u, v は

$$u = v_\perp e^{-i\Omega_c t},\quad v = \mp i v_\perp e^{-i\Omega_c t} + \frac{E}{B}.$$

これは，旋回運動に y 方向への旋回中心の並進運動が加わっている（図 A.2）．この旋回中心の並進運動を $\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$ ドリフトと呼ぶ．

A．3　重力ドリフト

前項におけるクーロン力 $q\boldsymbol{E}$ N の代わりに重力 $M\boldsymbol{g}$ N を考える．

$$M\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = M\boldsymbol{g} + q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}.$$

$\boldsymbol{g} = -g\hat{\boldsymbol{y}}$ であるから，

$$\frac{d}{dt}\left(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}\right) = \frac{q}{M}\left(\frac{M}{q}\boldsymbol{g}\times\boldsymbol{B} - B^2\boldsymbol{v}\right),$$
$$\therefore\quad \frac{d^2\boldsymbol{v}}{dt^2} = \Omega_c^2\left(\frac{M}{q}\frac{\boldsymbol{g}\times\boldsymbol{B}}{B^2} - \boldsymbol{v}\right).$$

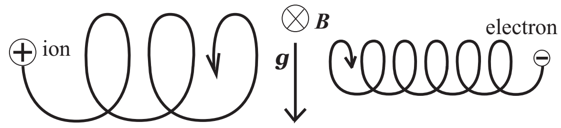
$\boldsymbol{g}\times\boldsymbol{B}$ は x 方向の定ベクトルであるから

$$\frac{d^2}{dt^2}\left(u - \frac{g}{\Omega_c}\right) = -\Omega_c^2\left(u - \frac{g}{\Omega_c}\right),\quad \frac{d^2v}{dt^2} = -\Omega_c^2 v.$$

よって，

$$u = v_\perp e^{-i\Omega_c t} + \frac{g}{\Omega_c},\quad v = \mp i v_\perp e^{-i\Omega_c t}.$$

旋回中心が，イオンでは x 軸正の方向へ g/Ω_c の速度で直進，電子は x 軸負の方向へ g/ω_c の速度で直進する．これを，重力ドリフト（gravitational drift）と呼ぶ（図 A.3）．



図A．3　$\boldsymbol{g}\times\boldsymbol{B}$ drift

重力ドリフト，イオンと電子は逆方向へドリフトする．

ドリフト速度を見積もとると，イオン：$g/\Omega_\mathrm{c} \approx$ 6.5 cm s^{-1}，電子：$g/\omega_\mathrm{c} \approx 2.2$ μm s^{-1}.

A．4　分極ドリフト

電界が時間の関数 $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}(t)$ とする.

$$M\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = q\left(\boldsymbol{E}(t) + \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}\right).$$

さらに，$\boldsymbol{E} = E(t)\hat{\boldsymbol{x}}$ であるとする.

$$\frac{d}{dt}\left(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}\right) = \frac{q}{M}\left(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B} - B^2\boldsymbol{v}\right)$$
$$\therefore\quad \frac{d^2\boldsymbol{v}}{dt^2} = \Omega_\mathrm{c}^2\left(\frac{\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}}{B^2} + \frac{1}{\Omega_\mathrm{c}B}\frac{d\boldsymbol{E}}{dt} - \boldsymbol{v}\right).$$

成分に分けて

$$\frac{d^2u}{dt^2} = -\Omega_\mathrm{c}^2\left(u - \frac{1}{\Omega_\mathrm{c}B}\frac{dE}{dt}\right),$$
$$\frac{d^2v}{dt^2} = -\Omega_\mathrm{c}^2\left(v - \frac{E}{B}\right).$$

よって，

$$u = v_\perp e^{-i\Omega_\mathrm{c}t} + \frac{1}{\Omega_\mathrm{c}B}\frac{dE}{dt},\quad v = \mp i v_\perp e^{-i\Omega_\mathrm{c}t} + \frac{E}{B}.$$

dE/dt が変化する周波数を ω とすると，$\omega^2 \ll \Omega_\mathrm{c}^2$ のとき，上の u, v はもとの方程式の近似解となる.

この解の旋回中心のドリフトは二種類ある．y 成分は $\boldsymbol{E}$ がゆっくりと変動することを除けば，A.2 項の $\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$ ドリフトと同じである．x 成分

$$u_p = \frac{M}{qB^2}\frac{dE}{dt}$$

を分極ドリフト（polarization drift）と呼ぶ.

マックスウェルの方程式の一部である式 (7) に含まれる ε は本来は真空の誘電率 $\varepsilon_0 = 8.854\times10^{-12}$ F m^{-1} であった．電界が時間変動する場合，電流密度 $\boldsymbol{J}$ の計算にイオンと電子による分極ドリフトを用いて，式 (7) のカッコの内側を表すと

$$\left(\frac{n_\mathrm{i}M}{B^2} + \frac{n_\mathrm{e}m}{B^2} + \varepsilon_0\right)\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t} = \varepsilon\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}.$$

ここに，

$$\varepsilon = \frac{nM}{B^2} + \frac{nm}{B^2} + \varepsilon_0 \approx \frac{nM}{B^2}$$

である．ただし，$nM/B^2 \approx 4.3\times10^{-7}$ F m^{-1}，$nm/B^2 \approx 1.5\times10^{-11}$ F m^{-1} である．これは $n = 1.0\times10^{10}$ m^{-3}，$M = 2.66\times10^{-26}$ kg（O^+ とした），$m = 0.91\times10^{-30}$ kg，$B = 0.25\times10^{-4}$ T を用いて計算した.

これは，電界の時間変化によって生じた変位電流密度（displacement current density）の効果をプラズマの力学に適応したものである．よって，プラズマに対して ε_0 を ε に置き換える.

A．5　反磁性ドリフト

式 (6) における ∇p_j の意味を考える.

$\boldsymbol{v}_j\times\bar{\boldsymbol{B}}$ と ∇p_j の関係に注目すると，$\bar{\boldsymbol{B}}$ と垂直な成分が

$$0 = q_j n_j \boldsymbol{v}_j\times\bar{\boldsymbol{B}}\times\bar{\boldsymbol{B}} - \nabla p_j\times\bar{\boldsymbol{B}},$$
$$\therefore\quad \boldsymbol{v}_j = -\frac{k_\mathrm{B}T_j}{q_jB^2}\frac{\nabla n_j\times\bar{\boldsymbol{B}}}{n_j}$$
$$= -\frac{k_\mathrm{B}T_j}{q_jB}\frac{|\nabla n_j|}{n_j}\left(\frac{\nabla n_j\times\bar{\boldsymbol{B}}}{|\nabla n_j|B}\right).$$

∇n_j は y 軸正の向き，$\bar{\boldsymbol{B}}$ は z 軸負の向きのベクトルである．したがって，上式の最右辺のカッコの中は $-\hat{\boldsymbol{x}}$ に等しい．そこで，$\boldsymbol{v}_j = v_{\mathrm{D}j}\hat{\boldsymbol{x}}$ と置き，

$$v_{\mathrm{D}j} = \frac{k_\mathrm{B}T_j}{q_jB}\frac{\partial n_j/\partial y}{n_j}$$

を反磁性ドリフト（diamagnetic drift）と呼ぶ．これも，下付の j が i か e かによる q_j の符号が $v_{\mathrm{D}j}$ の符号となり，それぞれが重力ドリフトと同じ向きへ向かうが，速度の大きさは粒子の質量には因らない.

反磁性ドリフト速度を見積もる．$k_\mathrm{B} = 1.38\times10^{-23}$ J K^{-1}，$T_\mathrm{i} \approx T_\mathrm{e} \approx 1000$ K，$e = 1.6\times10^{-19}$ C，$B = 0.25\times10^{-4}$ T，$(d\bar{n}/dy)/\bar{n} \approx 10^{-3}$ m^{-1} を用いて，$v_\mathrm{Di} = -v_\mathrm{De} \approx 3.5$ m s^{-1} と計算される.

大局的には，圧力は磁気圧に支配されているが，わずかでも ∇p_j があれば反磁性ドリフトが生じて $\bar{u}_j$ に加わり，その効果を増す.

参考文献

1) 石崎秀晴，阪本成一：ALMA サイトに設置された電波シーイングモニタに捉えられた赤道プラズマバブル，国立天文台報第 **9** 巻，35-46（2006）.

2) B. R. Clemesha and R. W. H. Wright: A SURVEY OF EQUATORIAL SPREAD F, in *Spread F and its Effects upon Radiowave Propagation and Commuication*, ed. P. Newman, W. and J. MACKAY and CO LTD, p.3-27 (1966).

3) 丸山　隆：4　電離圏・熱圏，4-1　電離圏不規則構造，通信総合研究所季報，vol. **48** No. **3** p143-156 (2002). `http://www.nict.go.jp/publication/shuppan/kihou.htm`

4) 国立天文台編：理科年表第 79 冊，丸善（株）,pp.785-802 (2006).

5) 湯村　翼：レイリーテイラー不安定性による赤道電離圏プラズマバブルの発生，北海道大学理学部卒業論文，(2006). http://www.ep.sci.hokudai.ac.jp/~shwlab/study.html

6) 大塚雄一，小川忠彦：電離圏プラズマバブルと下層大気の関係，名古屋大学太陽地球環境研究所. http://rslab.riko.shimane-u.ac.jp/CPEA/ws060322/02_Otsuka.pdf

7) M. C. Kelley and R. A. Heelis: *The Earth's Ionosphere : Plasma Physics and Electrodynamics*, Academic Press, Inc., pp.113-185 (1989).

8) 水島二郎，藤村　薫　著，日本流体力学会編：流れの安定性，(株）朝倉書店，p21-36 (2003).

9) M. C. Kelley, M. F. Larsen, C. LaHoz, and J. P. McClure：GRAVITY WAVE INITIATION OF EQUATORIAL SPREAD F: A CASE STUDY, *Journal of Geophysical Research*, **Vol. 86**, 9087-9100, (1981).

10) Radio Observatorio de JICAMARCA http://jro.igp.gob.pe/

11) M. C. Kelley: *ASPECTS OF WEATHER AND SPACE WEATHER IN THE EARTH'S UPPER ATMOSPHERE : THE ROLE OF INTERNAL ATMOSPHERIC WAVES*, NATIONAL ACADEMY PRESS, p.26 (1997). http://www.nap.edu/catalog/5846.html

12) 工藤純一：東北大学ノア画像データベース／日本画像データベース（JAIDAS），東北大学東北アジア研究センター，http://asiadb.cneas.tohoku.ac.jp/.

13) 文献 [7] の pp4-21.

14) F. F. Chen: *INTRODUCTION TO PLASMA PHYSICS*, Plenum Press, (1974),
内田岱二郎　訳：プラズマ物理入門，丸善（株），p2-129(1977).

15) D. Bilitza: *International Reference Ionosphere*, **modelweb**. http://modelweb.gsfc.nasa.gov/models/iri.html

16) 文献 [7] の p23-63.

17) 永田　武，等松隆夫：超高層大気の物理学，（株）裳華房，p222,223 (1973).

18) 文献 [7] の p65-111.

19) 柴田　喬：大気中に生じる不思議な波動 –大気重力波–，７大学大学院合同セミナー (1995). http://gwave.ice.uec.ac.jp/intro/index.html

20) 木村竜治：地球流体力学入門，(株）東京堂出版，p97-104 (1983).

21) 小倉義光：気象力学通論，東京大学出版会，p153-158 (1978).

22) 栗原宣夫：大気力学入門，岩波全書，p67-78 (1979).

23) 文献 [7] の p223-229.

24) T. Beer: *Atmospheric Waves*, Adam Hilger, p50-90 (1974).

25) 文献 [7] の p461-462.