

『日本書紀』 皇極天皇二年五月十六日の月食記事と元嘉曆

落合敦子*, 渡辺瑞穂子*,
相馬 充, 上田暁俊, 谷川清隆

(2012年2月20日受付; 2012年9月4日受理)

The Lunar Eclipse Record on Day Yi-Chou of Kogyoku Reign Period, 2nd Year, 5th Month and The YuanJia Li Calendar

Atsuko OCHIAI*, Mihoko WATANABE*,
Mitsuru SÔMA, Akitoshi UEDA, and Kiyotaka TANIKAWA

Abstract

The lunar eclipse on 643 June 8 was recorded in the Nihongi as “Kogyoku (皇極) reign period, 2nd year, 5th month, day *kinoto-ushi*. The Moon was eclipsed.” The date *kinoto-ushi* is *yi-chou* in Chinese, which is the second day of the 60-day cycle used in China and Japan. It is shown that the date is the 16th day of the 5th month of the year in Japan. As is well-known, this lunar eclipse was not observable in Japan. It has been a theme of controversy among historians and astronomers for the past few hundreds of years why this lunar eclipse was recorded in the Nihongi, but it has not been solved yet. We will show in this paper that this lunar eclipse can be predicted by the Calendar *Genka-reki* (元嘉曆; *YuanJia Li* in Chinese), which was used at the time in Japan. There were two kinds of predictions in the *Genka-reki*: one (called *Heisaku* 平朔 or *Pingshuo* in Chinese) assumed the uniform motion of the Moon and the other (called *Teisaku* 定朔 or *Dingshuo* in Chinese) took into account the non-uniformity of the motion of the Moon. According to the *Heisaku* of the *Genka-reki* the time of the maximum magnitude of the eclipse is calculated as 21h 45m of the 15th day of the 5th month of the year, but according to the *Teisaku* of the *Genka-reki* it is after sunrise of the 16th day of the month. This means that the *Teisaku* of the *Genka-reki* predicted that the lunar eclipse was not observable in Japan because it occurred in the daytime after the moonset. Considering the fact that the date of the eclipse was recorded as the 16th day of the month in the Nihongi, if the eclipse was predicted, then the calculations should have been made by the *Teisaku*. We will raise a few possible explanations of the existence of the article for the readers reference. This paper also illustrates the procedures how to calculate the calendars and the predictions of eclipses according to the *Genka-reki*.

要旨

『日本書紀』 皇極天皇二年五月乙丑（十六日）条に記載される月食は元嘉曆で予測できることを本論文で示す。その予測で、平朔法の計算なら前日（五月十五日）の午後9時45分が食の最大であった。定朔法の計算では、五月十六日の日出後であり、日本では見えない月食であることも分かる。『日本書紀』の食の日付が五月十六日であることを考えると、予測されていたとすれば、平朔法ではなく定朔法であったはずである。この問題については古くより歴史学者、天文学者の間で論議がなされてきた。しかし、実見できないこの月食記事を国史に記載した理由については確たる答えは得られていない。本論文では、記載の理由について考察する。また7世紀に行用されたとされる元嘉曆での計算を、わかりやすく解説することも本論文の目的の一つである。

* 國學院大學 (Kokugakuin University)

1 序

『日本書紀』[1]の皇極紀には次の月食記事が掲載されている。

二年五月庚戌朔乙丑。月有蝕之。

皇極天皇二年五月乙丑（十六日）は、西暦643年6月8日（ユリウス暦）である。

少なくとも近代天文学始まって以来、日本では歴史学者および天文学者の間でこの記事の由来について論議が行われてきた。現代の暦計算では、この月食が日本で見えないことは早くからわかっていた。皇極天皇二年当時の人々はこの月食を見ていないはずなのに、何故この記事があるのか。その記載の理由は不明である。『日本書紀』にはこれ以外に天武紀に月食記事があり、こちらは日本で観測可能であることがはっきりしている。この序においては、皇極天皇二年月食に関する先行研究を紹介しつつ、筆者らが先行研究に付け加えて何をするかについて述べる。なお、日付・時刻における漢数字と算用数字の使い分けについて、この論文では、当時行われていたものは漢数字で、現在の暦法や時刻に換算したものは算用数字で示すこととする。

小倉伸吉[2]は、「月食は總て前述のオッポルツェルの交食表から採り殊更に計算を施さぬ、たゞ時刻、食分などを適當のものに換算したに過ぎぬ。」とし、飛鳥における月入りは午前4時50分で、月の欠け始めが午前6時25分であると計算している。これにより、この月食は飛鳥では見ることが出来ないと述べた。7世紀の推算結果をそのまま『日本書紀』に載せたのであろうと小倉は解釈した。

小川清彦[3]は『日本書紀』がどのような暦で書かれているかを調査した。暦の候補としては、『日本書紀』に書かれていた元嘉暦と儀鳳暦（麟徳暦）とした。小川によって、神武以降5世紀までは儀鳳暦で書かれ、それ以後は元嘉暦で書かれたことが示された。小川は月朔の日付が暦によって異なることを利用して、暦の境目を決定した。皇極年間、元嘉暦の行用期間であることが小川の研究によって確立されている。

神田茂は「日本書紀に見える天文記録」[4]で、月食については、「月食の最も古い記録は皇極天皇の『二年五月庚戌朔乙丑月有蝕』といふものであるが、これは不思議なことに日本では月入後に月食が起こつたはずで、日本からは見えなかつたはずのものである。この月食の記事につづいて高麗、百濟の使が来朝してゐるので、その際もたらされた朝鮮の暦の月食記事が、日本書紀に入ったのではないかと思ふ。次の月食記事

は、天武天皇八年十一月*で、これは日本で見えたはずのものであり、その後は百年以上日本には全く月食の記録が残ってゐない。」と述べている。

細井浩志[5]は上記、神田茂の説を紹介している。神田の説は、中国でも朝鮮でもこの月食が見えないこと及び中国にも朝鮮にもこの月食記事はないことを示した谷川・相馬[6]によって否定された。

大谷光男[7]は、『日本書紀』の月食記事は皇極天皇二年五月庚戌朔乙丑、及び天武天皇九年十一月丁亥の二個の記事だが、皇極天皇二年の月食は、日本のどこにおいても見ることは出来ないことを述べた。また月食は日食に比べて地球全体にとって、頻度の少ない現象ではあるが、月を見ることが出来る場所からは何処からでも見えるので、日食ほどは注目されなかつたか、あるいは月は太陽に比べて軽んぜられていたのではないかと考えた。これが『日本書紀』に皆既月食の記録が一つもないことの原因であるとした。

谷川・相馬以前の先行研究のまとめとして、齊藤国治[8]の意見を紹介する。

『オッポルツェルの月食番号はNo.2863という皆既月食、地球本影と月との黄経合はVI 8, 8h10m a.m.（飛鳥平均時）、本影食始めは6h25m a.m.で、食は9h55m a.m.までつづいたはず。ところがこのとき、飛鳥ではもはや朝となっており、月は4h50m a.m.に西の方の金剛・葛城の山脈の彼方に沈んでしまつてすでに久しい。つまり、書紀には飛鳥で見えない月食が記録されていることになり、これははなはだしく奇怪である。この件については江戸時代から暦家の間で問題になっていたらしい。おそらく当時行用していた暦法にもとづいて、月食が起こるはずとの推算を得て、これをそのまま記録に載せたものといわれている。』

齊藤は、次に上記の神田茂の説を紹介し、続いて

『確かにこの月食の場合は、西に行くほど夜明けがおそくなるから、それだけ月食実見の確率は高くなる。しかし、朝鮮では飛鳥との時差は40分時でまだ不足。中国（たとえば洛陽）だと時差は1時間30分ほどになり、西天低く食のはじめがちらりと見えたかもしれない。しかし、『唐書天文志』には、唐太宗の貞観17年5月望（A.D.643 VI 7 U.T.）の日に月食の記録は見当たらない。その15日後の6月己卯朔の日食記事は載っているのだから、おそらく上記月食記事は洛陽でも認められなかつたと思われる。

つまり中国では実見にもとづいて記録がなされ、日本では暦算にもとづいて記録がなされていたようである。この月食の誤算を朝鮮暦の責

* 文献[4]に注あり。それによると、「原本ハ弘文天皇元年ヲ天武天皇元年トセル故、コノ記事ハ天武九年十一月丁亥ノ條ニアリ」。

任とするよりも、わが国で独立に推算をして、それが誤算であったとしたほうが自然のようである。このようないわゆる「昼月食」(確かに食はあったが、その土地では月が地平下であってみられない月食)については、後代の暦算家は「他州蝕」と注して発表するようになった。彼らは昼月食の原理を十分理解していたのである。』

と述べている。

河鱈・谷川・相馬 [9]、谷川・相馬 [6] は、地球自転の遅れ (ΔT) の時間変化を考慮して、皇極天皇二年の月食記事が観測に基づかないことを改めて示した。森博達 [10] による『日本書紀』の巻分類 (α 群 β 群) との関係でいえば、天文記事は β 群では観測に基づき、 α 群には観測に基づいた記事はない。皇極天皇二年は α 群に属す。従って皇極天皇二年月食が、観測に基づかないことは、森博達や谷川・相馬の研究と整合的である。

以上のように、皇極天皇二年五月の月食が日本で観測できないことは、すでに多くの天文学者によって確認されている。けれども齊藤のまとめから読み取れるように、当時の暦法(元嘉暦)でこの月食が推算されたことは確認されていない。この問題に明確な答えを出すことが本論文の目的である。

結論から言えば、筆者らの計算によると、元嘉暦でも日本では皇極天皇二年の月食を見ることはできないという結果になった。残念ながら、『日本書紀』にこの記事が掲載された理由は、明らかに出来なかった。

平朔法の計算なら前日(五月十五日)の午後9時45分が食の最大であった。定朔法の計算では、五月十六日の日の出後である。『日本書紀』の食の日付が五月十六日であることを考えると、予測されていたとすれば、平朔法ではなく定朔法であったはずである。この結果については、4節で議論する。本節で平朔法や定朔法という言葉を用いているが、その説明は2節で行う。

元嘉暦についての解説は既にいくつかある [11, 12] が、必ずしも容易に理解出来るとはいえない。本論文では宋書 [13] に掲載されている漢文の解説に基づき、元嘉暦の計算法をわかりやすく解説したつもりである。一人でも多くの方が、元嘉暦の計算への理解を深めてくれることを願ってのことである。

以下では、読者の便宜のため、干支に1番目の甲子から60番目の癸亥まで番号を付し、干支の後にその番号を【】の中に書くことにする。

2 元嘉暦による推算

元嘉暦では、二十四節気と朔弦望の日付の計算は、太陽と月の平均的な動きに基づいている*。日食月食の計算では、月運動の遅疾が考慮されており、前時代の暦(景初暦)に比べて改良されている [13]。

2.1 元嘉暦による皇極天皇二年の暦の作成

元嘉暦は、中国の元嘉二十年の5703年前を起点(上元と呼ぶ)とする。正確には元嘉二十年は上元を0年として5703年に当たる。元嘉暦の場合、上元は甲子【1】の日であり、その日の午前0時が雨水でしかも朔になる。雨水は二十四節気の1つで、正月(一月)の中気(それを含む月が正月になる)である。3648を元法と呼び、608を紀法と呼ぶ。すなわち、元法は紀法の6倍である。上元から始まる元法の年数の期間を元と呼ぶ。元には紀法の年数を期間とする6つの紀がある。それは、甲子紀第一、甲戌紀第二、甲申紀第三、甲午紀第四、甲辰紀第五、甲寅紀第六である。紀の名前は、紀の最初の日の干支を採っている。

1つの紀に含まれる日数は222070(紀日と呼ぶ)である。このことから、1年の日数は紀日を紀法で割って $222070/608 = 365.2467105\dots$ (日)となる。これが元嘉暦が採用している太陽年の長さである。1つの紀に含まれる月数は、紀月7520と定義される。このことから元嘉暦が採用している1月の日数は、紀日を紀月で割って $222070/7520 = 29.53058511\dots$ (日)となる。これが元嘉暦が採用している朔望月の長さである。また19年が235月に等しいことから、元嘉暦では19年7閏法(19年に7個の閏月を入れる)が採用されていることが分かる。

一般にある年の暦を作るには、上元からその年までの年数が必要である。それにより、その年が6個ある紀のどれに属するか、そして紀の初めから何年経っているかを計算する。皇極天皇二年の入紀年(紀に入ってから何年目か)を求めよう。元嘉二十年は甲午紀の入紀231年であることが宋書の解説に書かれている。干支は癸未【20】である。一方、皇極天皇二年は癸卯【40】。皇極天皇二年は西暦643年、元嘉二十年は西暦443年であるから、皇極天皇二年は上元を0年として5903年に当たり、甲午紀の入紀431年になることが分かる。年の干支にも矛盾がないことが確認できる。

入紀以来の皇極天皇二年の雨水までの月数(積月)を求める。19年が235月であるから、431年間の月数は次式で与えられる。

$$431 \times 235/19 = 5330 + 15/19.$$

年初(雨水を含む月の朔)は入紀以来5330ヵ月経

* このようにして二十四節気の日時を決める方法を平気法と呼び、朔弦望の日時を決める方法を平朔法と呼ぶ。また、このようにして決められた節気を平気、朔を平朔と呼ぶ。

過し（つまり、皇極天皇二年正月の積月が5330になる）、雨水は年初から15/19ヵ月経っていることがわかる。

2.1.1 皇極天皇二年の毎月朔の干支

皇極天皇二年の正月朔の干支を求める。7520月が222070日なので、5330ヵ月の日数は次式で与えられる。

$$5330 \times 222070/7520 = 157398 + 14/752.$$

上の式において14は小餘と呼ばれ、朔の時刻（1日を752とした場合の）を表す。朔の日の干支は、

$$157398/60 = 2623 + 18/60$$

から求められる。この式において18は大餘と呼ばれ、日の干支を表す。甲午紀なので、日の干支は甲午紀の最初の日の干支である甲午【31】に大餘を加えることにより、次のように求められる。

$$\text{甲午【31】} + 18 = \text{壬子【49】}.$$

これをもとに、その年の各月の朔の日時が表1のように求められる。ただし、ここでは閏月を考慮しない仮の月である。朔望月の日数が $222070/7520 = 29 + 399/752$ だから、次月の朔を求めるには大餘に29を加え、小餘に399を加えれば良いことが分かる。表1のMod 60, Mod 752はそれぞれ60以上になったら60を引けるだけ引く、752以上になったら752を引けるだけ引くことを意味する（その場合、計算式では「≡」

を用いている）。小餘から752を引いた場合は大餘に1を繰り上げる。「干支の計算」の欄では、上に書いたように、甲午紀の最初の日の干支である甲午【31】に大餘を足している。月の大小は、次月の朔の干支が決まると確定する。あるいは、小餘が752で大餘に繰り上がることから、朔の小餘が $752 - 399 = 353$ より小さければその月は小の月、それ以上なら大の月であることが分かる。

2.1.2 皇極天皇二年の各月の朔弦望の干支

皇極天皇二年の各月の弦望を求める。平朔弦望の間隔は朔望月の1/4であるから、

$$\begin{aligned} (29 + 399/752) / 4 \\ = 7 + 287/752 + (3/4) / 752 \end{aligned}$$

より、大餘に7、小餘に287、小分に3を加えて次々に朔弦望の日時が得られる（表2）。ここで、朔の小分は0である。また、小餘は1日の1/752を単位とし、小分は小餘の1/4を単位としている。

2.1.3 皇極天皇二年の二十四節気の干支

皇極天皇二年の二十四節気の干支を求めるために、まず皇極天皇二年の雨水の干支を求める。太陽年は $(222070/608)$ 日すなわち $(111035/304)$ 日で

表1：平朔法による皇極天皇二年の月朔計算。

年号	月朔	大餘	小餘	干支の計算	干支	月の大小
皇極天皇		Mod 60	Mod 752	Mod 60		
二年	正月	18	14	$31 + 18 = 49$	壬子【49】	小
	二月	$18 + 29 = 47$	$14 + 399 = 413$	$31 + 47 \equiv 18$	辛巳【18】	大
	三月	$47 + 29 \equiv 16$ $16 + 1 = 17$	$413 + 399 \equiv 60$	$31 + 17 = 48$	辛亥【48】	小
	四月	$17 + 29 = 46$	$60 + 399 = 459$	$31 + 46 \equiv 17$	庚辰【17】	大
	五月	$46 + 29 \equiv 15$ $15 + 1 = 16$	$459 + 399 \equiv 106$	$31 + 16 = 47$	庚戌【47】	小
	六月	$16 + 29 = 45$	$106 + 399 = 505$	$31 + 45 \equiv 16$	己卯【16】	大
	七月	$45 + 29 \equiv 14$ $14 + 1 = 15$	$505 + 399 \equiv 152$	$31 + 15 = 46$	己酉【46】	小
	八月	$15 + 29 = 44$	$152 + 399 = 551$	$31 + 44 \equiv 15$	戊寅【15】	大
	九月	$44 + 29 \equiv 13$ $13 + 1 = 14$	$551 + 399 \equiv 198$	$31 + 14 = 45$	戊申【45】	小
	十月	$14 + 29 = 43$	$198 + 399 = 597$	$31 + 43 \equiv 14$	丁丑【14】	大
	十一月	$43 + 29 \equiv 12$ $12 + 1 = 13$	$597 + 399 \equiv 244$	$31 + 13 = 44$	丁未【44】	小
	十二月	$13 + 29 = 42$	$244 + 399 = 643$	$31 + 42 \equiv 13$	丙子【13】	大
三年	正月	$42 + 29 \equiv 11$ $11 + 1 = 12$	$643 + 399 \equiv 290$	$31 + 12 = 43$	丙午【43】	小
	二月	$12 + 29 = 41$	$290 + 399 = 689$	$31 + 41 \equiv 12$	乙亥【12】	大

表 2：平朔法による皇極天皇二年の朔弦望の計算.

年号	月	大餘	小餘	小分	干支の計算	干支
皇極天皇		Mod 60	Mod 752	Mod 4	31 + 大餘 (Mod 60)	
二年	正月朔	18	14	0	$31 + 18 = 49$	壬子【49】
	上弦	$18 + 7 = 25$	$14 + 287 = 301$	$0 + 3 = 3$	$31 + 25 = 56$	己未【56】
	望	$25 + 7 = 32$	$301 + 287 = 588$ $588 + 1 = 589$	$3 + 3 \equiv 2$	$31 + 32 \equiv 3$	丙寅【3】
	下弦	$32 + 7 = 39$ $39 + 1 = 40$	$589 + 287 \equiv 124$ $124 + 1 = 125$	$2 + 3 \equiv 1$	$31 + 40 \equiv 11$	甲戌【11】
	二月朔	$40 + 7 = 47$	$125 + 287 = 412$ $412 + 1 = 413$	$1 + 3 \equiv 0$	$31 + 47 \equiv 18$	辛巳【18】
	上弦	$47 + 7 = 54$	$413 + 287 = 700$	$0 + 3 = 3$	$31 + 54 \equiv 25$	戊子【25】
	望	$54 + 7 \equiv 1$ $1 + 1 = 2$	$700 + 287 \equiv 235$ $235 + 1 = 236$	$3 + 3 \equiv 2$	$31 + 2 = 33$	丙申【33】
	下弦	$2 + 7 = 9$	$236 + 287 = 523$ $523 + 1 = 524$	$2 + 3 \equiv 1$	$31 + 9 = 40$	癸卯【40】
	三月朔	$9 + 7 = 16$ $16 + 1 = 17$	$524 + 287 \equiv 59$ $59 + 1 = 60$	$1 + 3 \equiv 0$	$31 + 17 = 48$	辛亥【48】
	上弦	$17 + 7 = 24$	$60 + 287 = 347$	$0 + 3 = 3$	$31 + 24 = 55$	戊午【55】
	望	$24 + 7 = 31$	$347 + 287 = 634$ $634 + 1 = 635$	$3 + 3 \equiv 2$	$31 + 31 \equiv 2$	乙丑【2】
	下弦	$31 + 7 = 38$ $38 + 1 = 39$	$635 + 287 \equiv 170$ $170 + 1 = 171$	$2 + 3 \equiv 1$	$31 + 39 \equiv 10$	癸酉【10】
	四月朔	$39 + 7 = 46$	$171 + 287 = 458$ $458 + 1 = 459$	$1 + 3 \equiv 0$	$31 + 46 \equiv 17$	庚辰【17】
	上弦	$46 + 7 = 53$	$459 + 287 = 746$	$0 + 3 = 3$	$31 + 53 \equiv 24$	丁亥【24】
	望	$53 + 7 \equiv 0$ $0 + 1 = 1$	$746 + 287 \equiv 281$ $281 + 1 = 282$	$3 + 3 \equiv 2$	$31 + 1 = 32$	乙未【32】
	下弦	$1 + 7 = 8$	$282 + 287 = 569$ $569 + 1 = 570$	$2 + 3 \equiv 1$	$31 + 8 = 39$	壬寅【39】
	五月朔	$8 + 7 = 15$ $15 + 1 = 16$	$570 + 287 \equiv 105$ $105 + 1 = 106$	$1 + 3 \equiv 0$	$31 + 16 = 47$	庚戌【47】
	上弦	$16 + 7 = 23$	$106 + 287 = 393$	$0 + 3 = 3$	$31 + 23 = 54$	丁未【54】
	望	$23 + 7 = 30$	$393 + 287 = 680$ $680 + 1 = 681$	$3 + 3 \equiv 2$	$31 + 30 \equiv 1$	甲子【1】
	下弦	$30 + 7 = 37$ $37 + 1 = 38$	$681 + 287 \equiv 216$ $216 + 1 = 217$	$2 + 3 \equiv 1$	$31 + 38 \equiv 9$	壬申【9】
	六月朔	$38 + 7 = 45$	$217 + 287 = 504$ $504 + 1 = 505$	$1 + 3 \equiv 0$	$31 + 45 \equiv 16$	己卯【16】
	上弦	$45 + 7 = 52$ $52 + 1 = 53$	$505 + 287 \equiv 40$	$0 + 3 = 3$	$31 + 53 \equiv 24$	丁亥【24】
	望	$53 + 7 \equiv 0$	$40 + 287 = 327$ $327 + 1 = 328$	$3 + 3 \equiv 2$	$31 + 0 = 31$	甲午【31】
	下弦	$0 + 7 = 7$	$328 + 287 = 615$ $615 + 1 = 616$	$2 + 3 \equiv 1$	$31 + 7 = 38$	辛丑【38】
	七月朔	$7 + 7 = 14$ $14 + 1 = 15$	$616 + 287 \equiv 151$ $151 + 1 = 152$	$1 + 3 \equiv 0$	$31 + 15 = 46$	己酉【46】
	上弦	$15 + 7 = 22$	$152 + 287 = 439$	$0 + 3 = 3$	$31 + 22 = 53$	丙辰【53】
	望	$22 + 7 = 29$	$439 + 287 = 726$ $726 + 1 = 727$	$3 + 3 \equiv 2$	$31 + 29 = 60$	癸亥【60】
	下弦	$29 + 7 = 36$ $36 + 1 = 37$	$727 + 287 \equiv 262$ $262 + 1 = 263$	$2 + 3 \equiv 1$	$31 + 37 \equiv 8$	辛未【8】

	八月朔	$37 + 7 = 44$	$263 + 287 = 550$ $550 + 1 = 551$	$1 + 3 \equiv 0$	$31 + 44 \equiv 15$	戊寅【15】
	上弦	$44 + 7 = 51$ $51 + 1 = 52$	$551 + 287 \equiv 86$	$0 + 3 = 3$	$31 + 52 \equiv 23$	丙戌【23】
	望	$52 + 7 = 59$	$86 + 287 = 373$ $373 + 1 = 374$	$3 + 3 \equiv 2$	$31 + 59 \equiv 30$	癸巳【30】
	下弦	$59 + 7 \equiv 6$	$374 + 287 = 661$ $661 + 1 = 662$	$2 + 3 \equiv 1$	$31 + 6 = 37$	庚子【37】
	九月朔	$6 + 7 = 13$ $13 + 1 = 14$	$662 + 287 \equiv 197$ $197 + 1 = 198$	$1 + 3 \equiv 0$	$31 + 14 = 45$	戊申【45】
	上弦	$14 + 7 = 21$	$198 + 287 = 485$	$0 + 3 = 3$	$31 + 21 = 52$	乙卯【52】
	望	$21 + 7 = 28$ $28 + 1 = 29$	$485 + 287 \equiv 20$ $20 + 1 = 21$	$3 + 3 \equiv 2$	$31 + 29 = 60$	癸亥【60】
	下弦	$29 + 7 = 36$	$21 + 287 = 308$ $308 + 1 = 309$	$2 + 3 \equiv 1$	$31 + 36 \equiv 7$	庚午【7】
	十月朔	$36 + 7 = 43$	$309 + 287 = 596$ $596 + 1 = 597$	$1 + 3 \equiv 0$	$31 + 43 \equiv 14$	丁丑【14】
	上弦	$43 + 7 = 50$ $50 + 1 = 51$	$597 + 287 \equiv 132$	$0 + 3 = 3$	$31 + 51 \equiv 22$	乙酉【22】
	望	$51 + 7 = 58$	$132 + 287 = 419$ $419 + 1 = 420$	$3 + 3 \equiv 2$	$31 + 58 \equiv 29$	壬辰【29】
	下弦	$58 + 7 \equiv 5$	$420 + 287 = 707$ $707 + 1 = 708$	$2 + 3 \equiv 1$	$31 + 5 = 36$	己亥【36】
	十一月朔	$5 + 7 = 12$ $12 + 1 = 13$	$708 + 287 \equiv 243$ $243 + 1 = 244$	$1 + 3 \equiv 0$	$31 + 13 = 44$	丁未【44】
	上弦	$13 + 7 = 20$	$244 + 287 = 531$	$0 + 3 = 3$	$31 + 20 = 51$	甲寅【51】
	望	$20 + 7 = 27$ $27 + 1 = 28$	$531 + 287 \equiv 66$ $66 + 1 = 67$	$3 + 3 \equiv 2$	$31 + 28 = 59$	壬戌【59】
	下弦	$28 + 7 = 35$	$67 + 287 = 354$ $354 + 1 = 355$	$2 + 3 \equiv 1$	$31 + 35 \equiv 6$	己巳【6】
	十二月朔	$35 + 7 = 42$	$355 + 287 = 642$ $642 + 1 = 643$	$1 + 3 \equiv 0$	$31 + 42 \equiv 13$	丙子【13】
	上弦	$42 + 7 = 49$ $49 + 1 = 50$	$643 + 287 \equiv 178$	$0 + 3 = 3$	$31 + 50 \equiv 21$	甲申【21】
	望	$50 + 7 = 57$	$178 + 287 = 465$ $465 + 1 = 466$	$3 + 3 \equiv 2$	$31 + 57 \equiv 28$	辛卯【28】
	下弦	$57 + 7 \equiv 4$ $4 + 1 = 5$	$466 + 287 \equiv 1$ $1 + 1 = 2$	$2 + 3 \equiv 1$	$31 + 5 = 36$	己亥【36】
三年	正月朔	$5 + 7 = 12$	$2 + 287 = 289$ $289 + 1 = 290$	$1 + 3 \equiv 0$	$31 + 12 = 43$	丙午【43】
	上弦	$12 + 7 = 19$	$290 + 287 = 577$	$0 + 3 = 3$	$31 + 19 = 50$	癸丑【50】
	望	$19 + 7 = 26$ $26 + 1 = 27$	$577 + 287 \equiv 112$ $112 + 1 = 113$	$3 + 3 \equiv 2$	$31 + 27 = 58$	辛酉【58】
	下弦	$27 + 7 = 34$	$113 + 287 = 400$ $400 + 1 = 401$	$2 + 3 \equiv 1$	$31 + 34 \equiv 5$	戊辰【5】
	二月朔	$34 + 7 = 41$	$401 + 287 = 688$ $688 + 1 = 689$	$1 + 3 \equiv 0$	$31 + 41 \equiv 12$	乙亥【12】
	上弦	$41 + 7 = 48$ $48 + 1 = 49$	$689 + 287 \equiv 224$	$0 + 3 = 3$	$31 + 49 \equiv 20$	癸未【20】
	望	$49 + 7 = 56$	$224 + 287 = 511$ $511 + 1 = 512$	$3 + 3 \equiv 2$	$31 + 56 \equiv 27$	庚寅【27】
	下弦	$56 + 7 \equiv 3$ $3 + 1 = 4$	$512 + 287 \equiv 47$ $47 + 1 = 48$	$2 + 3 \equiv 1$	$31 + 4 = 35$	戊戌【35】

ある。360日は60日の倍数なので、その日数経過しても干支は変化しないから、1年後の干支のズレは $111035/304 - 360 = 1595/304$ である。皇極天皇二年は甲午紀の入紀431年である。431年後の干支のズレは次式で与えられる。

$$\begin{aligned} & (\text{入紀年}) 431 \times (\text{餘数}) 1595 / (\text{度法}) 304 \\ & = (\text{積没}) 2261 + (\text{小餘}) 101/304. \end{aligned}$$

すなわち、入紀年に餘数1595を掛けて度数304で割っ

た商を積没、余りを小餘とする。積没が干支のズレで、今の場合、2261になるので、これから60を引けるだけ引くと、

$$2261/60 = 37 + 41/60$$

より41残る。甲午紀の初日の干支は甲午【31】であったから、皇極天皇二年の雨水の干支は次のように求められる。

$$31 + 41 = 72 \equiv 12 (\text{Mod } 60), \text{つまり乙亥【12】.}$$

表3：平気法による皇極天皇二年の二十四節気の計算.

年号	二十四節気	大餘	小餘	小分	干支の計算	干支
皇極天皇		Mod 60	Mod 304	Mod 24	Mod 60	
二年	雨水	41	101	0	$31 + 41 \equiv 12$	乙亥【12】
	驚蟄	$41 + 15 = 56$	$101 + 66 = 167$	$0 + 11 = 11$	$31 + 56 \equiv 27$	庚寅【27】
	春分	$56 + 15 \equiv 11$	$167 + 66 = 233$	$11 + 11 = 22$	$31 + 11 = 42$	乙巳【42】
	清明	$11 + 15 = 26$	$233 + 66 = 299$ $299 + 1 = 300$	$22 + 11 \equiv 9$	$31 + 26 = 57$	庚申【57】
	穀雨	$26 + 15 = 41$ $41 + 1 = 42$	$300 + 66 \equiv 62$	$9 + 11 = 20$	$31 + 42 \equiv 13$	丙子【13】
	立夏	$42 + 15 = 57$	$62 + 66 = 128$ $128 + 1 = 129$	$20 + 11 \equiv 7$	$31 + 57 \equiv 28$	辛卯【28】
	小満	$57 + 15 \equiv 12$	$129 + 66 = 195$	$7 + 11 = 18$	$31 + 12 = 43$	丙午【43】
	芒種	$12 + 15 = 27$	$195 + 66 = 261$ $261 + 1 = 262$	$18 + 11 \equiv 5$	$31 + 27 = 58$	辛酉【58】
	夏至	$27 + 15 = 42$ $42 + 1 = 43$	$262 + 66 \equiv 24$	$5 + 11 = 16$	$31 + 43 \equiv 14$	丁丑【14】
	小暑	$43 + 15 = 58$	$24 + 66 = 90$ $90 + 1 = 91$	$16 + 11 \equiv 3$	$31 + 58 \equiv 29$	壬辰【29】
	大暑	$58 + 15 \equiv 13$	$91 + 66 = 157$	$3 + 11 = 14$	$31 + 13 = 44$	丁未【44】
	立秋	$13 + 15 = 28$	$157 + 66 = 223$ $223 + 1 = 224$	$14 + 11 \equiv 1$	$31 + 28 = 59$	壬戌【59】
	處暑	$28 + 15 = 43$	$224 + 66 = 290$	$1 + 11 = 12$	$31 + 43 \equiv 14$	丁丑【14】
	白露	$43 + 15 = 58$ $58 + 1 = 59$	$290 + 66 \equiv 52$	$12 + 11 = 23$	$31 + 59 \equiv 30$	癸巳【30】
	秋分	$59 + 15 \equiv 14$	$52 + 66 = 118$ $118 + 1 = 119$	$23 + 11 \equiv 10$	$31 + 14 = 45$	戊申【45】
	寒露	$14 + 15 = 29$	$119 + 66 = 185$	$10 + 11 = 21$	$31 + 29 = 60$	癸亥【60】
	霜降	$29 + 15 = 44$	$185 + 66 = 251$ $251 + 1 = 252$	$21 + 11 \equiv 8$	$31 + 44 \equiv 15$	戊寅【15】
	立冬	$44 + 15 = 59$ $59 + 1 = 60$	$252 + 66 \equiv 14$	$8 + 11 = 19$	$31 + 60 \equiv 31$	甲午【31】
	小雪	$60 + 15 \equiv 15$	$14 + 66 = 80$ $80 + 1 = 81$	$19 + 11 \equiv 6$	$31 + 15 = 46$	己酉【46】
	大雪	$15 + 15 = 30$	$81 + 66 = 147$	$6 + 11 = 17$	$31 + 30 \equiv 1$	甲子【1】
	冬至	$30 + 15 = 45$	$147 + 66 = 213$ $213 + 1 = 214$	$17 + 11 \equiv 4$	$31 + 45 \equiv 16$	己卯【16】
	小寒	$45 + 15 = 60$	$214 + 66 = 280$	$4 + 11 = 15$	$31 + 60 \equiv 31$	甲午【31】
	大寒	$60 + 15 \equiv 15$ $15 + 1 = 16$	$280 + 66 \equiv 42$ $42 + 1 = 43$	$15 + 11 \equiv 2$	$31 + 16 = 47$	庚戌【47】
	立春	$16 + 15 = 31$	$43 + 66 = 109$	$2 + 11 = 13$	$31 + 31 \equiv 2$	乙丑【2】
三年	雨水	$31 + 15 = 46$	$109 + 66 = 175$ $175 + 1 = 176$	$13 + 11 \equiv 0$	$31 + 46 \equiv 17$	庚辰【17】

次の節気を求めるには、太陽年の日数を24で割ったものを加えればよい。すなわち、

$$\begin{aligned} \text{太陽年の日数} / 24 &= (\text{紀日} / \text{紀法}) / 24 \\ &= 222070 / 608 / 24 \\ &= (\text{大餘}) 15 + (\text{小餘}) 66 / 304 + \\ &\quad (\text{小分}) 11 / (304 \times 24) \end{aligned}$$

より、次の気は大餘に15を加え、小餘に66を加え、小分に11を加えて得られることが分かる(表3)。ここで、小餘は一日の1/304を単位とし、同様に小分は小餘の1/24を単位とする。Modや干支の計算は、表2と同様である。

表3では、検算のために雨水まで計算した。皇極天皇三年の雨水の干支と小餘を直接求めると

$$\begin{aligned} (\text{入紀年}) 432 \times (\text{餘数}) 1595 / (\text{度法}) 304 \\ &= (\text{積没}) 2266 + (\text{小餘}) 176 / 304, \\ 2266 / 60 &= 37 + 46 / 60, \\ 31 + 46 &= 77 \equiv 17 \pmod{60} \text{ 庚辰} \quad [17]. \end{aligned}$$

となって、表3で求めたものと一致することが分かる。

2.1.4 皇極天皇二年の暦

以上で朔弦望と二十四節気を求めたので、それにしたがって、表4に閏月を含む正式の平朔平気の暦を作る。表4に見るように、2.1.1および2.1.2節で仮に八月とした月は、八月の中気である秋分を含まないため、閏七月となった。

2.2 小川清彦と内田正男の結果との比較

小川清彦 [3] は日本書紀に朔の干支の記述がある月の朔について、儀鳳暦と元嘉暦による朔の干支と小餘を求めた。内田正男 [11,14] もこの当時の朔の干支と小餘を儀鳳暦と元嘉暦により求めている(文献11では二十四節気の干支と小餘も元嘉暦により、文

表4：平朔平気による皇極天皇二年の暦。

正月朔	壬子【49】		六月朔	己卯【16】		十月望	壬戌【59】	
上弦	己未【56】		上弦	丁亥【24】			甲子【1】	大雪
望	丙寅【3】			壬辰【29】	小暑	下弦	乙巳【6】	
下弦	甲戌【11】		望	甲午【31】		十一月朔	丙子【13】	
	乙亥【12】	雨水	下弦	辛丑【38】			己卯【16】	冬至
二月朔	辛巳【18】			丁未【44】	大暑	上弦	甲申【21】	
上弦	戊子【25】		七月朔	己酉【46】		望	辛卯【28】	
	庚寅【27】	驚蟄	上弦	丙辰【53】			甲午【31】	小寒
望	丙申【33】			壬戌【59】	立秋	下弦	己亥【36】	
下弦	癸卯【40】		望	癸亥【60】		十二月朔	丙午【43】	
	乙巳【42】	春分	下弦	辛未【8】			庚戌【47】	大寒
三月朔	辛亥【48】			丁丑【14】	處暑	上弦	癸丑【50】	
上弦	戊午【55】		閏七月朔	戊寅【15】		望	辛酉【58】	
	庚申【57】	清明	上弦	丙戌【23】			乙丑【2】	立春
望	乙丑【2】		望	癸巳【30】	白露	下弦	戊辰【5】	
下弦	癸酉【10】		下弦	庚子【37】		三年正月朔	乙丑【12】	
	丙子【13】	穀雨	八月朔	戊申【45】	秋分			
四月朔	庚辰【17】		上弦	乙卯【52】				
上弦	丁亥【24】		望	癸亥【60】	寒露			
	辛卯【28】	立夏	下弦	庚午【7】				
望	乙未【32】		九月朔	丁丑【14】				
下弦	壬寅【39】			戊寅【15】	霜降			
	丙午【43】	小滿	上弦	乙酉【22】				
五月朔	庚戌【47】		望	壬辰【29】				
上弦	丁未【54】			甲午【31】	立冬			
	辛酉【58】	芒種	下弦	己亥【36】				
望	甲子【1】		十月朔	丁未【44】				
下弦	壬申【9】			己酉【46】	小雪			
	丁丑【14】	夏至	上弦	甲寅【51】				

献 14 では中気の干支と小餘も儀鳳暦と元嘉暦により求めている)。皇極天皇二年の元嘉暦による各月の朔の干支と小餘(752 で割って日の小数で表す)について、本論文の結果と彼らの結果を表 5 に示す。同年の閏七月と十二月は日本書紀に朔の干支がないため、小川は朔を求めている。表 5 から分かるように、計算結果の干支はすべて一致しており、小餘は十月朔の小餘の 0.32446… を小川が 0.325 としているもの以外は、末位未満を四捨五入した値に一致していることが確認できる。

2.3 月の運動の不等の計算

月の運動には不等がある。近地点で最速であり、遠地点で最も遅い。食が起こるかどうかは白道と黄道の交点からの角距離による。食が起こるかどうかを見極めるには、月の近地点や交点からの角距離が必要になる。月の近地点から次の近地点までの日数は、与えられている。交点から交点までの日数も与えられている。これ以外に必要なのは入紀時の近点からの角距離と交点からの角距離である。これを宋書 [13] から抜き出

して、表 6 に遅疾差および交會差として与えておいた。

遅疾差は 1 周を 20721 (通周) として示した近地点からの角距離である。この単位で月は 1 日に 752 (日法) だけ進む。交會差は交点から反対の交点までの角距離を 939 (會月) とした交点からの角距離である。この単位で太陽は 1 月に 160 (會數) だけ進む。

月食が昼夜のどちらに起きるかを知るには、昼夜の長さの季節変化を知っておく必要がある。表 7 の限数は二十四節気の日夜の長さの半分(1 日を 752 とし)を表し、間数は次の気までの中間の日夜の長さの半分である。二十四節気以外の日夜の長さは、節気前 4 日から節気後 4 日までは節気の限数を使い、それ以外は間数を使う。

月の近地点通過からの日数に対する月の速度は月行遅疾度として記載されている。その数値を表 8 に示した。日数は近地点通過の時を一日と数えていることに注意を要する。また角度の単位の「一度」は中国度であり、円周(周天)の度数を恒星年の日数に等しく取っている。したがって太陽の平均運行量(平均日行)が 1 日に一度となる。一分は一度の 19 分の 1 としている(つまり一度=十九分)。月行遅疾度の平均値は

表 5：皇極天皇二年の各月の朔の元嘉暦による小餘：小川清彦、内田正男の結果との比較。

月朔	干支	本論文		小川清彦	内田正男
正月	壬子【49】	14	0.01861…	0.019	0.0186
二月	辛巳【18】	413	0.54920…	0.549	0.5492
三月	辛亥【48】	60	0.07978…	0.080	0.0798
四月	庚辰【17】	459	0.61037…	0.610	0.6104
五月	庚戌【47】	106	0.14095…	0.141	0.1410
六月	己卯【16】	505	0.67154…	0.672	0.6715
七月	己酉【46】	152	0.20212…	0.202	0.2021
閏七月	戊寅【15】	551	0.73271…		0.7327
八月	戊申【45】	198	0.26329…	0.263	0.2633
九月	丁丑【14】	597	0.79388…	0.794	0.7939
十月	丁未【44】	244	0.32446…	0.325	0.3245
十一月	丙子【13】	643	0.85505…	0.855	0.8551
十二月	丙午【43】	290	0.38563…		0.3856

表 6：『宋書』に記載された入紀時における遅疾差と交會差。

紀	遅疾差	交會差
甲子紀第一	一萬七千六百六十三	八百七十七
甲戌紀第二	三千四十三	二百七十九
甲申紀第三	九千一百四十四	六百二十
甲午紀第四	一萬五千二百四十五	二十二
甲辰紀第五	六百二十五	三百六十三
甲寅紀第六	六千七百二十六	七百四

表7：『宋書』に記載された各節気および節気間における夜の長さ。

	限數	間數		限數	間數
立春正月節	一百九十四	一百九十	雨水正月中	一百八十六	一百八十二
驚蟄二月節	一百七十七	一百七十二	春分二月中	一百六十七	一百六十二
清明三月節	一百五十八	一百五十四	穀雨三月中	一百四十九	一百四十五
立夏四月節	一百四十二	一百三十九	小滿四月中	一百三十六	一百三十四
芒種五月節	一百三十三	一百三十二	夏至五月中	一百三十一	一百三十二
小暑六月節	一百三十三	一百三十四	大暑六月中	一百三十六	一百三十九
立秋七月節	一百四十二	一百四十五	處暑七月中	一百四十九	一百五十三
白露八月節	一百五十七	一百六十二	秋分八月中	一百六十七	一百七十二
寒露九月節	一百七十七	一百八十二	霜降九月中	一百八十六	一百九十
立冬十月節	一百九十四	一百九十七	小雪十月中	二百	二百三
大雪十一月節	二百五	二百六	冬至十一月中	二百七	二百六
小寒十二月節	二百五	二百三	大寒十二月中	二百	一百九十七

表8：『宋書』に記載された月行遲疾度 他。

	月行遲疾度	損益率	盈縮積分	列差	差法
一日	十四度十三分	益二十五	盈	二	二百六十
二日	十四度十一分	益二十三	盈萬八千八百	三	二百五十八
三日	十四度八分	益二十	盈三萬六千九百十六	四	二百五十五
四日	十四度四分	益十六	盈五萬一千一百三十六	五	二百五十一
五日	十三度八分	益十一	盈六萬三千一百六十八	五	二百四十六
六日	十三度三分	益六	盈七萬一千四百四十	六	二百四十一
七日	十三度七分	益	盈七萬五千九百五十二	五	二百三十五
八日	十三度二分	損五	盈七萬五千九百五十二	四	二百三十
九日	十二度七分	損九	盈七萬二千一百九十二	三	二百二十六
十日	十二度四分	損十二	盈六萬五千四百二十四	三	二百二十三
十一日	十二度一分	損十五	盈五萬六千四百	三	二百二十
十二日	十二度八分	損十八	盈四萬五千一百二十	二	二百一十七
十三日	十二度六分	損二十	盈三萬一千五百八十四	二	二百一十五
十四日	十二度四分	損二十二	盈一萬六千五百四十四	二	二百一十三
十五日	十二度二分	益二十四	縮	二	二百一十一
十六日	十二度四分	益二十二	縮一萬八千四十八	二	二百一十三
十七日	十二度六分	益二十	縮三萬四千五百九十二	三	二百一十五
十八日	十二度九分	益十七	縮四萬九千六百三十二	五	二百一十八
十九日	十二度四分	益十二	縮六萬二千四百一十六	六	二百二十三
二十日	十三度一分	益六	縮七萬一千四百四十	六	二百二十九
二十一日	十三度七分	益	縮七萬五千九百五十二	五	二百三十五
二十二日	十三度十二分	損五	縮七萬五千九百五十二	四	二百四十
二十三日	十三度十六分	損九	縮七萬二千一百九十二	四	二百四十四
二十四日	十四度一分	損十三	縮六萬五千四百二十四	四	二百四十八
二十五日	十四度五分	損十七	縮五萬五千六百四十八	三	二百五十二
二十六日	十四度八分	損二十	縮四萬二千八百六十四	三	二百五十五
二十七日	十四度十一分	損二十三	縮二萬七千八百二十四	二	二百五十八
周日	十四度十三分 小分一百三	損二十五定損 二百二十四	縮一萬五百二十八 定備九萬三千四百八		二百六十 定意差法二千三百九

注意：盈を+，縮を-とする。

十三度七分である。損益率の数値は平均からの遅速を表す。益と損は、月行遅疾度が減りつつあるときは益がプラス（平均より大きい）、損がマイナス（平均より小さい）を表し、月行遅疾度が増えつつあるときは、益がマイナス、損がプラスを表す。盈縮積分は、平均の速さで動く月と、真の月の位置の差で、その数値は損益率の積算に 752 を乗じたものである。差法は月行遅疾度から太陽の速さの一度を引いて 19 倍したもので、太陽に対する月の 1 日の動きを分で表したものである。また、列差は差法と次の差法との差である。

2.4 日食月食の存否の判定

毎月朔望の日に食が生じるかどうかは、その時に太陽や月が黄道と白道の交点から角度でどのくらい離れているかで判定する。朔では太陽と月が一致し、望では太陽と月は天球上で反対方向に離れているので、交点からの太陽の角距離（去交分）を知れば、交点からの月の角距離もわかる。以下ではこの角距離を求める。

去交分は紀の初めの値に紀の初めからの積算を加えて計算する。太陽が 1 月に進む角距離（會數 160）に入紀以来の月数（積月）を乗じ、交會紀差（入紀時の交点からの太陽の角距離、表 6 で与えてある交會差のこと）を加えて、交点間の角距離（會月 939）で割れば余りが去交分になる。すなわち

$$\begin{aligned} & (\text{積月} \times \text{會數} + \text{交會紀差}) / \text{會月} \\ & = \text{整数} + \text{正月朔去交分} / \text{會月} \end{aligned}$$

皇極天皇二年の正月の積月は 5330 であったから

$$(5330 \times 160 + 22) / 939 = 908 + 210/939$$

の計算から、皇極天皇二年の正月朔の去交分が 210 であることが分かる。次の望の去交分を求めるには、それぞれの去交分に合數 80 を加え、次の朔の去交分を求めるには直前の朔のときの値に合數の 2 倍の 160 を加える。表 9 に皇極天皇二年の朔望去交分を計算して記載した。表中、939 以上になったときは 939 を引くことを「≡」で表している。

表 9：皇極天皇二年における朔望去交分の計算。

月	去交分 (Mod 939)	月	去交分 (Mod 939)
皇極天皇二年正月朔	210	閏七月朔	231 + 160 = 391
望	210 + 80 = 290	望	391 + 80 = 471
二月朔	210 + 160 = 370	八月朔	391 + 160 = 551
望	370 + 80 = 450	望	551 + 80 = 631
三月朔	370 + 160 = 530	九月朔	551 + 160 = 711
望	530 + 80 = 610	望	711 + 80 = 791
四月朔	530 + 160 = 690	十月朔	711 + 160 = 871
望	690 + 80 = 770	望	871 + 80 ≡ 12
五月朔	690 + 160 = 850	十一月朔	871 + 160 ≡ 92
望	850 + 80 = 930	望	92 + 80 = 172
六月朔	850 + 160 ≡ 71	十二月朔	92 + 160 = 252
望	71 + 80 = 151	望	252 + 80 = 332
七月朔	71 + 160 = 231	皇極天皇三年正月朔	252 + 160 = 412
望	231 + 80 = 311		

(検算) 皇極天皇三年の正月朔の去交分を積月 5343 から求める。

$$(5343 \times 160 + 22) / 939 = 910 + 412/939$$

より表の数値 412 が正しいことが確認できる。

食の起こる条件は、元嘉暦では、去交分が交限數 859 以上か、合數 80 以下としているから、表より、元嘉暦の予想する日月食は次の通りである。日月食の存否の判定は、平朔平気で行っている。

月食 五月望 十月望

日食 六月朔 十月朔

注意。

- 元嘉暦では、これ以上の判定はしていない。これはあくまでも日月食の候補である。なお、この判定では 2.3 節で説明した月の動きの不等は考慮していない。
- 元嘉暦の日食存否の判定では、日食と言わずに「交會」という言葉を使っている。何故か理由はわからない。月食は月が見える所なら見えるのに、日食は地球上の場所によるので、交會となっても日食を観測できないことが多いからであろうか。

2.5 朔望における月の近地点通過後の日数

平朔平気では正しく日月食の時刻を予報することは出来ない。元嘉暦では、月の動きの不等を考慮して日月食の最大の時刻を予報する（定朔法）。ただし太陽の動きの不等は取り入れていない。具体的には、平朔法で朔と望の日時を計算し、次に月の動きの不等から生じる朔と望の日時のズレを補正する。

平均の月と真の月は、近点を同時に出発するとする。月が近点を通過してから朔や望になるまでの日数を、まず平朔法で求める。その間、真の月は別の場所に到達している。真の月の位置と平均の月の位置の差

は、実は真の月と太陽（朔の場合）または対日点（望の場合；対日点とは天球上で太陽と正反対に位置する点のことである）との位置の差になっている。この差を太陽に対する月の速度で割れば、真の朔や望の日時が得られる。

2.4節で求めた去交分は、月の動きが一定であるとしている。ところが月の動きは一定ではない。近地点で速く、遠地点で遅い。月の速さの不等を考慮に入れるため、本節では近地点からの月の角距離を求める。各紀の入紀時の近点からの角距離（入遅疾差）は表に与えられている（表6の遅疾差）。一周を20721（通周）として近地点を基準にして、月は平均して1日に

表 10：皇極天皇二年の朔望における月の近地点通過後の日数。

月	近地点通過後の日数	日餘 (Mod 752)			
皇極天皇二年正月朔	26	651	閏七月朔	$11 + 1 = 12$ $12 + 1 = 13$	$126 + 734 \equiv 108$
望	$26 + 14 = 40$ $40 + 1 = 41$ $41 - 27 = 14$	$651 + 575.5 \equiv 474.5$ $474.5 - 417 = 57.5$	望	$13 + 14 = 27$ $27 - 27 = 0$	$108 + 575.5 = 683.5$ $683.5 - 417 = 266.5$
二月朔	$26 + 1 = 27$ $27 + 1 = 28$ $28 - 27 = 1$	$651 + 734 \equiv 633$ $633 - 417 = 216$	八月朔	$13 + 1 = 14$ $14 + 1 = 15$	$108 + 734 \equiv 90$
望	$1 + 14 = 15$ $15 + 1 = 16$	$216 + 575.5 \equiv 39.5$	望	$15 + 14 = 29$ $29 - 27 = 2$	$90 + 575.5 = 665.5$ $665.5 - 417 = 248.5$
三月朔	$1 + 1 = 2$ $2 + 1 = 3$	$216 + 734 \equiv 198$	九月朔	$15 + 1 = 16$ $16 + 1 = 17$	$90 + 734 \equiv 72$
望	$3 + 14 = 17$ $17 + 1 = 18$	$198 + 575.5 \equiv 21.5$	望	$17 + 14 = 31$ $31 - 27 = 4$	$72 + 575.5 = 647.5$ $647.5 - 417 = 230.5$
四月朔	$3 + 1 = 4$ $4 + 1 = 5$	$198 + 734 \equiv 180$	十月朔	$17 + 1 = 18$ $18 + 1 = 19$	$72 + 734 \equiv 54$
望	$5 + 14 = 19$ $19 + 1 = 20$	$180 + 575.5 \equiv 3.5$	望	$19 + 14 = 33$ $33 - 27 = 6$	$54 + 575.5 = 629.5$ $629.5 - 417 = 212.5$
五月朔	$5 + 1 = 6$ $6 + 1 = 7$	$180 + 734 \equiv 162$	十一月朔	$19 + 1 = 20$ $20 + 1 = 21$	$54 + 734 \equiv 36$
望	$7 + 14 = 21$	$162 + 575.5 = 737.5$	望	$21 + 14 = 35$ $35 - 27 = 8$	$36 + 575.5 = 611.5$ $611.5 - 417 = 194.5$
六月朔	$7 + 1 = 8$ $8 + 1 = 9$	$162 + 734 \equiv 144$	十二月朔	$21 + 1 = 22$ $22 + 1 = 23$	$36 + 734 \equiv 18$
望	$9 + 14 = 23$	$144 + 575.5 = 719.5$	望	$23 + 14 = 37$ $37 - 27 = 10$	$18 + 575.5 = 593.5$ $593.5 - 417 = 176.5$
七月朔	$9 + 1 = 10$ $10 + 1 = 11$	$144 + 734 \equiv 126$	皇極天皇三年正月朔	$23 + 1 = 24$ $24 + 1 = 25$	$18 + 734 \equiv 0$
望	$11 + 14 = 25$	$126 + 575.5 \equiv 701.5$	望	$25 + 14 = 39$ $39 - 27 = 12$	$0 + 575.5 = 575.5$ $575.5 - 417 = 158.5$

(検算) 皇極天皇三年正月朔における月の近地点通過後の日数をその朔積分から計算する。

$$(\text{朔積分} + \text{入遅疾差}) / \text{通周} = \text{整数} + \text{余り} / \text{通周}$$

より

$$(22207 \times 5343 + 15245) / 20721 = 5726 + 18800/20721.$$

この余りから

$$\text{余り} / \text{日法} = \text{整数} + \text{日餘} / \text{日法}$$

を計算すると

$$18800/752 = 25 + 0/752$$

となって、表の日数の計算値に一致する。

752 (日法) だけ動くとしている。ここで、20721/752 は元嘉暦の近点月の日数である。任意の日時における近点からの角距離は入紀以来の経過日数に 752 をかけ、初期値を足して 20721 で割った余りを求めればよい。入紀以来の経過日数に 752 を掛けた数 (朔望月 = 22207/752 日なので、それは 22207 に経過月数を掛けたものに等しい) を朔積分という。

皇極天皇二年正月朔は入紀から 5330 月だけ経過していた。朔望月の日数は 22207/752 で、これに月数 5330 を掛ければ入紀以来の日数になり、これに日法 752 を掛ければ近地点に対して月が動いた角度になる。ここで角度の単位は 1 周を通周 20721 としたものである。入紀の際の月の近地点からの角距離が入遅疾差であるから、結局

(朔積分 + 入遅疾差) / 通周 = 整数 + 余り / 通周
で求められる余りが求める日時における月の近地点からの角距離になる。皇極天皇二年正月朔については

$$(22207 \times 5330 + 15245) / 20721 \\ = 5712 + 20203/20721$$

より、20203 が近地点からの角距離 (1 周を 20721 とする単位で測った) である。これを日法 752 で割ると近地点経過後の日数が出せる。割った余りを日餘という。すなわち、

余り / 日法 = 整数 + 日餘 / 日法
で、皇極天皇二年正月朔の場合は

$$20203/752 = 26 + 651/752$$

となり、(26 + 651/752) 日が、月が近地点を通過してからの日数であり、651 がその場合の日餘である。

近点月の日数は 20721/752 = 27 + 417/752 であった。1 日を 752 とする時間単位で、朔望月 (22207) は近点月 (20721) より 1486 だけ長い。1486 = 752 + 734 であるから、これは 1 日と 734 である。したがって、次月の朔の近地点通過後の日数は前の朔のときの日数に 1 を加え、日餘に 734 を加えて得られることになる。朔望月の半分は 11103.5 であり、これは 11103.5/752 日 = 14 日 + 575.5/752 日であるから、次の望の近地点通過後の日数は、朔の日数に 14 を加え、日餘に 575.5 を加えて得られる。皇極天皇二年の朔望について、月の近地点通過後の日数の計算を表 10 に示す。日餘が 752 以上になった場合は 752 を引き (それを「≡」で示す)、日数の整数部に 1 を加える。また、日数全体が 27 + 417/752 以上になった場合は日数の整数部から 27 を、日餘から 417 を引くことに注意したい。

2.6 元嘉暦の定朔法による皇極天皇二年の月食予測計算 (定大小餘を求める)

本節では、2.4 節で決まった月食候補の日時を、2.5

節の結果と表 8 を用いて修正する。

月の近地点通過後の日数が与えられると、平均速度からのズレ (入暦損益率) が決まる。

平朔法での月位置からのズレを求めるには、近地点以後のズレを積算する必要がある。

積算値は整数日に関しては盈縮積分で与えられる。日の端数 (入暦日餘) に関してはズレを補間で求める。表 8 では月の近地点通過の時を一日と数えているので、上で求めた日数に対して 1 日を加えて表を引く必要がある。五月望の月の位置のズレは、日数の整数部 21 と入暦日餘 737.5 から

整数日 (22 日) の盈縮積分 + 日の端数 (入暦日餘, 737.5) × 一日の入暦損益率 = 定積分
で求められ、表 8 の数値を入れると、

$$-75952 + 737.5 \times 5 = -72264.5 \text{ (定積分)}$$

となる。入暦損益率とは、平均速度からの差 (ズレ) であり、単位は分である。2.3 節に説明したように、一度は中国度で、太陽の 1 日の移動量を一度としており、一分は一度の 19 分の 1 である (つまり一度 = 十九分)。また、定積分の単位は分の 752 倍である。表 8 で盈は進み (平均の月より先に行き)、縮は遅れを意味しており、ここでは縮をマイナスで示した。時刻への補正の符号については下で説明する。

上で求めた定積分 (ズレ) を月が動く時間が、平朔計算への補正である。太陽に相対的な月の速度は、月行遅速度から太陽の速度 (一日あたり一度) を引けばよい。この速度で定積分を割ることで補正值が日単位で得られる (両者のズレを月が動く間に太陽も動いている。その太陽の動く効果を算入するために、太陽に相対的な月の速度で割っているのである)。

上と同様、整数日への補正に日の端数への補正を加えて、全体の補正を出す。月の近地点通過から 21 日経過したときの太陽に相対的な月の速度は、元嘉暦の表に与えられている通り (表 8 の 22 日の欄)、差法 (240) である。日の端数 (737.5) の間の月の速度は、次の日との補間で求める。表 8 の 22 日と 23 日の速度差 (列差) は 4 であるので、

列差 × 入暦日餘 / 日法 + 差法 = 定差法
から

$$4 \times 737.5/752 + 240 = 243.92 \text{ (定差法)}$$

となり、太陽に相対的な月の速度は、243.92 である。そこで、先ほど求めた定積分の角距離をこの速度 (定差法) で割ると、日時の定積分が求められる。

定積分の符号と、月の進み遅れとの関係について考える。表 8 で月の近地点通過直後では盈縮積分はプラスである。この辺りでは月は平均より速いことを意味する。つまり、平均の月より真の月は先を動いている。先に動いているので、真の朔望は平均の朔望より早め

に生じる。プラスの時には盈縮積分を引く必要がある。逆にマイナスの時には盈縮積分を加えればよい。結局符号入りで盈縮積分を引けばよい。

平朔法で求めた皇極天皇二年五月の望小餘は、表2にある通り681である。定朔による補正は、上に述べた通り、定積分÷定差法であるので、定小餘は

$$\text{定小餘} = \text{望小餘} - \text{定積分} / \text{定差法}$$

で与えられ、数値を入れると

$$681 - (-72264.5) / 243.92$$

$$= 681 + 296.26 = 977.26$$

となる。752を超えたので日付が翌日になり、時刻はそれを引いて

$$977.26 - 752 = 225.26$$

となる。日付は乙丑【2】であり、時刻を現在の時分秒に直すと、

$$225.26 / 752 \times 24 \text{ 時} = 7.1891 \text{ 時}$$

$$= 7 \text{ 時 } 11 \text{ 分 } 21 \text{ 秒}$$

より、月食の食甚時刻は、皇極天皇二年五月十六日午前7時11分21秒となる。

3 計算結果のまとめ

以上の計算から得られた結果をまとめると、

- ①皇極天皇二年五月十六日に確かに月食があった。
 - ②元嘉暦によれば、食甚は五月十六日午前7時11分21秒であった。
 - ③平朔法での計算によれば食甚は五月十五日午後9時45分であった：
- $$681.5 \div 752 \times 24 = 21.75 \text{ 時} = 21 \text{ 時 } 45 \text{ 分}.$$
- ④現代の計算では、食甚は五月十六日午前8時23分であった（表11参照）。

まず言えることは、月の入りは、4時50分（夏至に近いから月の入りが早い）なので、元嘉暦によれば飛鳥からは月食は見えなかったことである。小倉伸吉[2] および齊藤国治[8]も食の開始時刻を6時25分としているが、これはオッポルトツェル[15]の予報時刻を地方視太陽時に変換したものである。筆者らは皇極天皇二年当時の地球自転の遅れ(ΔT)を3000秒と見積もって食の開始時刻を日本時の6時42分と求めた。これは飛鳥の地方視太陽時では6時49分になる。

4 まとめ

本論文で得られた結果をまとめよう。

- (1) 元嘉暦の計算でも月の運動を一様として求めた皇極天皇二年の月食の時刻と、月の運動に不等があ

るとして求めた月食の時刻は異なることがわかった。日付が異なってしまうので、予測が行われたとすれば、月の運動の不等が考慮されたということになる。

- (2) 元嘉暦では、朔望のときの近点からの月の角距離を推算するので、日月食、特に皆既日月食を予想できる。皇極天皇二年の月食記事は、計算違いを行ったとも考えられる。月の運動を一様として計算すると、日本で観測できることになるのだが、日付は前日になってしまう。月の運動の不等を入れて計算すると、日は合うが月食は観測できない。従って元嘉暦で月食を予測したとも断定できない。

- (3) 皇極天皇二年の月食を元嘉暦で推算した先行研究はない。月食については本研究で始めて元嘉暦で推算を行った。

- (4) なぜこのような記事が書かれたのか可能性を列挙してみる。

1. 皇極天皇二年月食は、予測である。ただ α 群に以後月食記事がないことを考えると、最初の月食予測が外れたので、その後予測をやめたとも考えられる。『日本書紀』の7世紀の α 群の期間に世界で見えた月食を表11に記載した。そのうち日本で見えた皆既月食は10個ほどである（表11の太字の月食のうち、皆既の時刻を与えたもの）。晴天率を加味しても約4個は見えたはずである。皇極天皇二年の月食は α 群最初の皆既月食であった。筆者らは、これの意味については確定できなかった。ついでに後人の研究を俟ちたい。
2. 元嘉暦ではない暦で計算した可能性もある。他の暦（景初暦、戊寅暦または麟徳暦）による計算は、別の機会に行う。
3. 西暦700年代の官人たちが、 α 群の最初の巻まで遡って天文予測を行うことが出来ることを示したかった可能性が考えられる。
4. 皇極朝当時、凶兆の一つとして月食を考えたのかも示れない。

表 11 : α 群の期間の月食のリスト ($\Delta T = 3000$ 秒とする. 時刻は日本時. 日本で見える月食は日付を太字に, それ以外は日付を細字で示した).

日付			食始		皆始		皆終		食終	
年	月	日	h	m	h	m	h	m	h	m
641	2	2	02	16.1					04	45.1
641	7	28	06	01.8					08	40.8
642	12	12	11	45.6					13	47.9
643	6	8	06	41.7	07	52.5	08	54.3	10	05.1
643	12	1	15	52.8	16	54.1	18	32.5	19	33.7
644	5	27	16	38.2	17	58.1	18	48.2	20	08.1
644	11	20	04	14.8					07	12.9
646	4	6	07	20.6					09	07.1
646	9	30	22	18.5					24	33.2
647	3	26	15	25.8	16	25.2	18	04.5	19	03.9
647	9	20	03	03.9	04	08.3	05	51.4	06	55.8
648	3	15	06	41.0					09	31.3
648	9	8	03	37.3					06	39.7
650	1	23	23	02.1					25	46.9
650	7	19	05	32.6					08	23.5
651	1	13	00	58.3	02	03.0	03	48.5	04	53.2
651	7	8	21	59.1	22	55.9	24	33.1	25	29.9
652	1	2	00	37.0					03	26.5
652	6	27	15	10.3					17	03.4
653	11	11	03	34.3					05	49.4
654	5	7	15	05.2	16	16.6	17	41.5	18	52.9
654	10	31	18	43.8	19	41.2	21	17.2	22	14.7
655	4	26	16	43.6					20	06.8
655	10	21	08	23.4					11	22.8
657	3	6	06	39.0					09	13.0
657	8	29	23	25.3					25	16.3
658	2	23	22	07.7	23	05.1	24	45.3	25	42.7
658	8	19	02	03.3	03	05.6	04	46.7	05	49.0
659	2	13	10	18.2					12	52.7
659	8	8	13	29.1					16	19.2
660	12	22	19	55.2					21	55.8
661	6	18	13	56.3	15	20.4	15	48.5	17	12.6
661	12	12	00	26.4	01	27.5	03	05.7	04	06.8
662	6	7	23	16.4	24	27.8	25	42.9	26	54.3
662	12	1	13	04.1					16	02.4
664	4	16	14	39.4					15	52.7
664	10	11	06	27.3					08	33.8
665	4	5	23	03.8	24	03.9	25	39.8	26	39.9
665	9	30	10	35.0	11	40.3	13	21.1	14	26.3
666	3	26	14	36.8					17	34.0
666	9	19	10	47.6					13	58.2
668	2	4	07	09.7					09	50.4
668	7	29	13	10.8					15	50.4
669	1	23	08	49.8	09	54.6	11	40.1	12	45.0
669	7	19	05	32.4	06	28.6	08	08.1	09	04.4
670	1	12	08	35.4					11	27.5
670	7	8	22	17.6					24	32.1
671	11	22	12	23.6					14	37.7

参考文献

- [1] 坂本太郎, 家永三郎, 井上光貞, 大野晋編:『日本書紀』日本古典文学大系 岩波書店 (1965).
- [2] 小倉伸吉:「我國古代の日月蝕記録 (四)」, 『天文月報』第九卷, 52-55 (1916).
- [3] 小川清彦:「日本書紀の曆日に就いて」(1947), 文献 14 に掲載.
- [4] 神田茂:「日本書紀に見える天文記録」『日本書紀 四』日本古典全書附録 (1975 第 12 刷) (初版 1955).
- [5] 細井浩志:『古代の天文異変と史書』, 吉川弘文館 (2007).
- [6] 谷川清隆, 相馬 充:「七世紀の日本天文学」, 国立天文台報 11 卷, 31-55 (2008).
- [7] 大谷光男:『古代の曆日』, 雄山閣 (1976).
- [8] 齊藤国治:『飛鳥時代の天文学』, 河出書房新社 (1982).
- [9] 河鱈公昭, 谷川清隆, 相馬 充:「日本書紀天文記事の信頼性」, 国立天文台報 5 卷, 145-159 (2002).
- [10] 森 博達:『日本書紀の謎を解く』, 中公新書 (1999).
- [11] 内田正男:『日本曆日原典』, 雄山閣 (1975).
- [12] 竹迫 忍:「元嘉曆法による 7 世紀の日食計算とその検証」, 『数学史研究』通卷 203, 1-16 (2009).
- [13] 沈約編:『宋書』(439 年に編纂開始, 488 年に紀伝が成立, 志は 502 年に完成), 中華書局 (1974); 和國本正史『宋書』(志村三左衛門句讀 宝永三年), 汲古書院 (1971).
- [14] 内田正男:『日本書紀曆日原典』, 雄山閣 (1977).
- [15] Theodor von Oppolzer: "Canon der Finsternisse", Wien (1887); reprinted by Dover Publications (1962).