国立天文台報　第12巻, 1－11（2009）

暦象年表改定版の問題点

相馬　充

（2008年10月25日受付；2008年12月21日受理）

Problems in Using the Revised "Calendar and Ephemeris"

Mitsuru SÔMA

Abstract

"Calendar and Ephemeris" is annually published by the National Astronomical Observatory of Japan. It has been revised since its 2009 issue to give daily ephemerides of the Sun, Moon and planets with the precision of $0^{\mathrm{s}}.001$ in right ascension and of $0''.01$ in declination, but the revision brought deficiencies such that one cannot interpolate the ephemeris of the Moon with that precision etc. This paper clarifies such deficiencies of the publication to draw attention of its users to these facts. It is hoped that the deficiencies pointed out in this paper will be overcome in the future issues of "Calendar and Ephemeris." This paper also discusses what value should be used as the mean distance of the Moon.

1．はじめに

「暦象年表」は国立天文台編により毎年発行されているもので，太陽・月・惑星の位置や日月食の予報などが掲載されている暦書である．近年の観測精度の向上を反映させるためとして，「暦象年表」では平成21（2009）年版において，太陽・月・惑星の視位置は毎日値を赤経$0^{\mathrm{s}}.001$，赤緯$0''.01$の桁まで与えることになった[1,2]．これによって，太陽と惑星の視位置は他の精密天体暦と同様の高精度の値が得られるようになった．しかし，月の位置については，毎日値から表値の精度で容易に補間できないなどの問題が生じ，せっかく精度の高い暦を目指したのに，それが充分に達成されているとは言えないものになっている．本論文は「暦象年表」のユーザーにこれらの点に注意を向けさせるとともに，将来の改定において，これらの不備が正されることを期待し，それらを明らかにすることを意図したものである．

なお，「暦象年表」の内容はこれまで，「理科年表」暦部にほぼ同じ形で掲載されてきたが，「理科年表」暦部は平成21年版でもそれまでの形式を踏襲しており，「暦象年表」の改定された内容は「理科年表」暦部には反映されていない．つまり，改定された点は「理科年表」では確認できない．誤解のないよう，この点を注意しておく．

本論文の第２節では，月の毎日値の暦からの補間について，補間の次数と得られる数値の精度の関係を議論する．そして，任意の時刻に対する値が補間によって求められなければならない，という天体暦の持つべき性格からいって，今回の「暦象年表」の改定には大きな問題があることを明らかにする．

第３節では，月の測心位置を求めるために距離の情報が必要であることを述べ，その意味で，「暦象年表」の与える月の距離の値が，与えてある位置の精度に見合っていないことを明らかにする．

第４節では，「暦象年表」と「理科年表」暦部で新しく示されている月の平均距離の値が現在の暦とは矛盾するものであることを明らかにする．そして，Brownの月運動理論に基づき，天文定数には現在の値を使用して，月の平均距離が正しくはいくつになるのかを示す．さらに，現在採用されている月・惑星暦DE405/LE405を用いて，適当な期間ごとの距離の平均値を求め，この論文で示した平均距離がそれとも矛盾しないことを示す．

第５節では，太陽の視半径に対する光浸の影響について注意する．

第６節では，「暦象年表」と「理科年表」暦部で採用している水星と金星の等級の計算式が古いため，特に水星の等級では誤差が0.6等にもなることがあることを指摘する．

第７節では，冥王星とErisの暦について，与えている日付が2009年版で不連続になったことを指摘し，このような場合には，年初や年末における位置を補間で求めようとする際に支障をきたすことがあることを指摘する．

第８節では，日食と月食の要素について，要素の名に値するものになるよう，改正に関する要望点を述べる．

第９節では，「暦象年表」の今回の改訂におけるそれ以外の問題点をまとめておく．

２．月の暦の補間

「暦象年表」では，太陽と月の視位置の毎日値を赤経0.ˢ1，赤緯1″の桁まで与えていた（「理科年表」暦部も同じ）．これは一般には，この桁までの表示で充分であるという判断もあるが，毎日値から補間できる月の位置の精度がこの桁までであるからでもあった．

一般に数表は表示の桁まで補間により求められるように作成されている．数表というものは，任意の引数に対する関数値を求めることが主たる目的で作られているのであるから，表示桁まで補間が可能であるということは数表が持つべき当然の性質である．三角関数表や対数表など数学で用いられる数表は，通常は引数の間隔を適当に狭くして，比例配分（１次補間）で補間ができるように（具体的には表値の第２差の絶対値が表の最小位を単位として４以上にならないように）作ってある．

天体の位置を表の形で毎日値などを与える形式の天体暦も同様で，任意の日時の位置が補間によって表示桁まで求められるものでなければならない．天体暦のユーザーは毎日０時の位置のみが必要なわけではなく，自分が観測したり計算したりするのに必要な日時における天体の位置を得るためにその天体暦を使うのであるから，それは当然である．ただし，スペースの関係もあり，比例配分ではなく，表値の第２差までを考慮し第３差以上を無視して（つまり２次補間で）補間できるようになっているのが普通であり，多くの場合，補間するのに便利なように第１差を表示している．従来の「暦象年表」や「理科年表」暦部で主要惑星の暦が10日ごとに与えられていたのに対して水星の暦が５日ごとであったのも，水星の動きの変化が速く，水星の暦を補間できるようにするためには５日ごとにする必要があったからである．また，平成14(2002)年版まで10日ごとに与えていた黄経の章動・黄道傾斜の章動・黄道傾斜・分点均差に短周期項を含めていなかったのも，10日ごとのデータからでは短周期項が検出できず，短周期項を含めると補間が正しく行えないという理由があったためである（平成15(2003)年版からはこれらの暦は４日ごとにしたため，短周期項も検出できるようになり，そのため短周期項も含めて計算されている)．月の暦では，たとえば，日本の「天体位置表」や1983年版までの米英暦 *The Astronomical Almanac* などにおいては，月の視位置が１時間ごとに与えられていた．これは，月の精密な観測位置との比較や天文現象の予報・観測結果の解析等には月の視位置を赤経0.ˢ001，赤緯0.″01の桁まで与える必要があり，２次の補間でその桁まで求められるようにするには時間間隔を２時間以内にする必要があるという理由からである（米英暦の1984年版以降は任意の日時の位置がより容易に求められるように，１時間ごとの値を与える代わりに，１日ごとに時間の多項式で与えるようになり，さらに2001年版からは，その多項式の係数のテーブルは *The Astronomical Almanac Online* というウェブサイト http://asa.usno.navy.mil/のみで与えられるようになった)．

「暦象年表」は平成21(2009)年版で改定が行われた．太陽・月・惑星の視位置の表示桁数を拡大したのも，この改定の大きな特徴で[1,2]，赤経0.ˢ001，赤緯0.″01の桁まで与えることになった．しかし，与える間隔は１日で，太陽と月については，間隔がこれまでと同じである．これでは，上で説明したように，月の暦が正しく補間できず，天体暦が持つべき性質を欠いた不備のある暦であると言わざるをえない．補間で具体的にどのくらいの誤差が生じるかをこの節の後に示す．

天体暦の補間にはベッセル（Bessel）補間法公式がよく用いられる．この公式については，「理科年表」の附録のページや「天体位置表」の表の説明のページ，あるいは米英暦のTables and Dataの節などに書かれているが，３次からせいぜい５次の項までしか説明がない．以下の議論では，より高次の項まで必要になるので，ここで，まず，ベッセル補間法公式について解説しておく．差の文字表記法やB_nの計算式は *Interpolation and Allied Tables* [3] に基づいている．

等間隔の引数 $\cdots, t_{-1}\ t_0\ t_{+1}\ t_{+2}, \cdots$ に対して関数値 $\cdots, f_{-1}, f_0, f_{+1}, f_{+2}, \cdots$ が与えられており，関数値の差や，その差等を下のように表すことにする．ここで，差は下の値から上の値を引いて求め，その値をその中間の行の右に書くこととしている．すなわち，$\delta_{-1/2} = f_0 - f_{-1}$, $\delta_0^2 = \delta_{+1/2} - \delta_{-1/2}$ などとなる．

引数	関数値	第1差	第2差	第3差	第4差	$\cdots$
$\cdots$	$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$	
		$\cdots$		$\cdots$		
t_{-1}	f_{-1}		δ_{-1}^2		δ_{-1}^4	
		$\delta_{-1/2}$		$\delta_{-1/2}^3$		
t_0	f_0		δ_0^2		δ_0^4	
		$\delta_{+1/2}$		$\delta_{+1/2}^3$		$\cdots$
t_{+1}	f_{+1}		δ_{+1}^2		δ_{+1}^4	
		$\delta_{+3/2}$		$\delta_{+3/2}^3$		
t_{+2}	f_{+2}		δ_{+2}^2		δ_{+2}^4	
		$\cdots$		$\cdots$		
$\cdots$	$\cdots$		$\cdots$		$\cdots$	

t_0 と t_{+1} の間の引数 t に対して

$$p = \frac{t - t_0}{t_{+1} - t_0} \qquad (0 \leqq p \leqq 1) \qquad (1)$$

とおくと，それに対する関数値 f_p は

$$\begin{aligned} f_p = f_0 + p\delta_{+1/2} + B_2(\delta_0^2 + \delta_{+1}^2) \\ + B_3\delta_{+1/2}^3 + B_4(\delta_0^4 + \delta_{+1}^4) + \cdots \end{aligned} \qquad (2)$$

で与えられる．ここで，$n = 1, 2, 3, \cdots$ に対して

$$\begin{aligned} B_{2n} &= \frac{1}{2\cdot(2n)!}(p+n-1)(p+n-2) \\ &\quad \times(p+n-3)\cdots(p-n), \end{aligned} \qquad (3)$$

$$\begin{aligned} B_{2n+1} &= \frac{p-0.5}{(2n+1)!}(p+n-1)(p+n-2) \\ &\quad \times(p+n-3)\cdots(p-n) \end{aligned} \qquad (4)$$

である．B_n を具体的に示すと

$$\begin{aligned} B_2 &= \frac{1}{4}p(p-1), \\ B_3 &= \frac{p-0.5}{6}p(p-1), \\ B_4 &= \frac{1}{48}(p+1)p(p-1)(p-2), \\ B_5 &= \frac{p-0.5}{120}(p+1)p(p-1)(p-2), \\ B_6 &= \frac{1}{1440}(p+2)(p+1)p(p-1)(p-2)(p-3), \\ &\cdots \end{aligned}$$

となる．実際の計算に当たっては，差の大きさに応じて，計算する項を省略できる．省略する項の影響が所要数値の最小位の ±0.5 以内になるために省略することができる差の絶対値の限界は次のようになる．

$|\delta^2| < 4$ ならば B_2 の項を省略可能，
$|\delta^3| < 60$ ならば B_3 の項を省略可能，
$|\delta^4| < 20$ ならば B_4 の項を省略可能，
$|\delta^5| < 500$ ならば B_5 の項を省略可能，
$|\delta^6| < 100$ ならば B_6 の項を省略可能，
$|\delta^7| < 3500$ ならば B_7 の項を省略可能，
$|\delta^8| < 400$ ならば B_8 の項を省略可能，
$|\delta^9| < 20000$ ならば B_9 の項を省略可能，
$|\delta^{10}| < 2000$ ならば B_{10} の項を省略可能，
$\cdots$.

ここで，数値の単位は所要数値の最小位である．上の補間公式で B_2 以上の項を省略した場合は比例配分の式になる．先に「一般に数表は比例配分で計算できるようにするために，第2差の絶対値が表の最小位を単位として4以上にならないように作ってある」と述べたのは，上の条件に基づいている．

式(1)で $0 \leqq p \leqq 1$ という条件が付いているが，原理的には，この範囲以外でも値を求めることが可能である．ただし，その場合は，この範囲内になるようにして求めた場合より，誤差がかなり大きくなることに注意を要する．

式(2)で p の1次の項までの式は f_0 と f_{+1} の2個の値を使って求めた補間式で，$p = 0$ と $p = +1$ の関数値の誤差が0になる．B_2 の項までの式は p の2次の補間式であるが，$f_{-1}, f_0, f_{+1}, f_{+2}$ の4個の値を使って作られている．この場合，$p = 0$ と $p = +1$ の関数値の誤差が0になり，$p = -1$ と $p = +2$ の関数値の誤差は絶対値が等しく符号が反対である．以下，同様で，奇数次の補間式ではその次数に1を加えた個数の隣り合うデータを用いて，それらの誤差が0になるように作られており，それより1次大きい偶数次の補間式では，さらにその前後2個のデータを用い，それら2個の誤差は絶対値が等しく符号が反対になるようになっているのである．

「暦象年表」平成21年版の月の暦を補間した場合，どのくらいの誤差が生じるのかを具体的に見てみよう．表1は月の視位置の毎日値から求めた7次までの補間の誤差の例で，視赤経は2009年1月10日，視赤緯は2009年1月9日のデータを示した．ここに示した日は2009年の中で，1−7次の補間の誤差が最大になるもので，誤差がこの程度になりうるという例として示したものである．ただし，視赤経の1次と3次の補間では誤差の最大が1月10日でなく，それぞれ1月6日と1月7日に生じ，誤差の最大はそれぞれ約37ˢ.7 と2ˢ.1 である．

表１． 補間によって求めた月の視位置の誤差．a)は2009年１月10日の視赤経，b)は2009年１月９日の視赤緯のデータ．示したのは各次数までの補間によって値を求めた場合の誤差で，補間値－真値の値である．示した誤差の単位は赤経が$0\overset{\mathrm{s}}{.}001$，赤緯が$0\overset{\prime\prime}{.}01$.

a）2009年１月10日の視赤経

TT	視赤経の真値	１次	２次	３次	４次	５次	６次	７次
h	h m s							
0	6 16 15.406	0	0	0	0	0	0	0
2	6 21 53.437	–5545	+277	–464	–54	–78	–20	–21
4	6 27 30.767	–10389	+196	–881	–113	–149	–39	–41
6	6 33 7.295	–14432	–142	–1233	–172	–209	–55	–58
8	6 38 42.925	–17577	–640	–1502	–225	–255	–68	–71
10	6 44 17.564	–19731	–1206	–1677	–267	–284	–77	–78
12	6 49 51.123	–20803	–1749	–1749	–294	–294	–81	–81
14	6 55 23.514	–20709	–2184	–1713	–303	–286	–80	–79
16	7 0 54.656	–19366	–2429	–1567	–290	–259	–73	–71
18	7 6 24.471	–16695	–2404	–1313	–253	–215	–61	–58
20	7 11 52.884	–12623	–2037	–960	–191	–155	–44	–42
22	7 17 19.827	–7079	–1257	–516	–106	–82	–23	–22
24	7 22 45.233	0	0	0	0	0	0	0

b）2009年１月９日の視赤緯

TT	視赤緯の真値	１次	２次	３次	４次	５次	６次	７次
h	° ′ ″							
0	+27 0 24.03	0	0	0	0	0	0	0
2	+27 2 20.53	–28000	–783	–773	–74	–77	–16	–16
4	+27 3 26.53	–50951	–1466	–1450	–142	–146	–30	–31
6	+27 3 41.79	–68826	–2022	–2006	–200	–204	–43	–43
8	+27 3 6.09	–81607	–2431	–2419	–244	–247	–52	–53
10	+27 1 39.30	–89278	–2680	–2673	–272	–274	–58	–58
12	+26 59 21.35	–91833	–2760	–2760	–283	–283	–60	–60
14	+26 56 12.20	–89269	–2670	–2677	–276	–274	–59	–58
16	+26 52 11.90	–81589	–2413	–2426	–251	–248	–53	–53
18	+26 47 20.54	–68804	–1999	–2015	–209	–205	–44	–43
20	+26 41 38.29	–50928	–1443	–1459	–151	–147	–31	–31
22	+26 35 5.35	–27984	–768	–778	–80	–78	–16	–16
24	+26 27 42.00	0	0	0	0	0	0	0

この表からわかるように，月の視位置の毎日値の補間では，７次の補間でも赤経$0\overset{\mathrm{s}}{.}1$，赤緯 1″ の桁までしか保証されないのであり，従来の「暦象年表」と「理科年表」暦部で月の暦がこの桁までしか掲載されていなかったのは，まさにこのためであるといえる．

次数をさらに上げれば，補間の誤差をさらに小さくすることは可能であり，表１の例では12次の補間で誤差が赤経$0\overset{\mathrm{s}}{.}01$，赤緯$0\overset{\prime\prime}{.}1$以下になる．12次の補間法公式を使うなど，全く実用的ではないが，それでも，得られた数値の精度は表値の精度より１桁悪い．表値の最終位までの精度で結果を得ようとした場合，たとえば，1986年12月31日を例にとると，誤差を表値の最小位である赤経$0\overset{\mathrm{s}}{.}001$ 以内にするためには，補間の次数を何と36次まで上げなければならないし，赤経$0\overset{\mathrm{s}}{.}003$までの誤差を許すとしても，22次までの補間が必要になる．これでは，赤経$0\overset{\mathrm{s}}{.}001$，赤緯$0\overset{\prime\prime}{.}01$まで掲載することにした意味がないに等しいと言わざるをえない．なお，日によっては，５次の補間で赤経$0\overset{\mathrm{s}}{.}001$，赤緯$0\overset{\prime\prime}{.}01$の桁まで正しく求められるということもある（2009年４月８日の赤経，2009年２月26日の赤緯など）が，これは，あくまでも例外である．

月の視位置を赤経$0\overset{\mathrm{s}}{.}001$，赤緯$0\overset{\prime\prime}{.}01$まで与えるのであれば，与える時刻間隔を２時間以内にするか，１日ごとに時刻の多項式にするかにすべきである．もし，それだけのスペースを取るのが無理

であるということなら，せいぜい0.5日ごとに与える必要がある．これなら，６次の補間で表示の桁まで補間が可能になるからである．ただし，その場合は，６次までの補間法公式を与えておくべきである．さらにまた，もし，現状の１日ごとにしかデータを与えられないということなら，そのデータからでは，何次の補間法でどこまでの精度で数値が得られるのかを明らかにしておくべきである．

なお，米英暦の p.D3 に，月の毎日値からベッセル補間法公式で２次の補間をした場合の誤差の最大が，視赤経 $\pm 2^{s}\!.4$，視赤緯 $\pm 24''$ であると書かれているが，上に示した表１の視赤緯の誤差は $-28''$ になりうることが示されており，米英暦で示してある最大誤差は正しくないことがわかる（ここでは，誤差が負の値になっているのは，補間値が真値より小さいということを意味している）．最近の例でいうと，実際の誤差は視赤経が2005年１月８日に $+2^{s}\!.8$，視赤緯が2005年１月９日に $+31''$ であった．さらに過去や将来について調べてみると，視赤経では1968年12月18日と1986年12月29日と2043年12月15日に $+3^{s}\!.0$，視赤緯では1968 年12月19日と1986年12月30日と2043年12月16日に $+32''$ であった．これが1950–2050年において，月の毎日値から２次の補間を行った場合の誤差の最大である．

もう１点，補間に関して指摘しておかなければならない点がある．それは，年初や年末のころの日に対しては，「暦象年表」のデータから高次の補間が行えないという点である．たとえば，５次の補間を行おうとした場合，その日時の前後３個づつのデータが必要になる．「暦象年表」には月について，１月１日から12月31日までの毎日0^{h}（地球時TT）の位置が与えられているから，これから５次の補間が行えるのは１月４日0^{h}から12月28日24^{h}までになる．もちろん，たとえば，１月１日と２日の間の日時に対する値を１月１日から１月６日までの位置を使った５次の補間公式を適用して求めるということは可能である．これは式(1)の条件 $0 \leqq p \leqq 1$ を除外してその補間公式を適用することを意味する．しかし，その場合は，すでに述べたように，$0 \leqq p \leqq 1$ になるように補間した場合より，誤差がかなり大きくなってしまうことに注意しなければならない．年末近くの日に対しては，「暦象年表」の翌年版が出版されるまで待つということも可能であるが，2009年初めの日に対しては，前年版で表示桁が不足しているので，どうしようもない．この観点から言うと，年表に与えるデータはその年内に限らず，その前後に数個ずつ前年と翌年のデータを与えておくのが望ましいということになる．

3．測心位置と月の距離

「暦象年表」に示してある月の視位置は地心から見たものである．ユーザーは観測者がいる地上から見た天体の位置（測心位置）が必要になるはずであり，そのためには，地球と天体の距離の情報が必要になる．地心から見た位置と地表から見た位置の差の最大値は赤道地平視差になる．月の赤道地平視差は 1° 前後であり，したがって，地表の観測者から見た月の位置を表値の視位置の精度である角度の $0''\!.01$ の精度で得るためには，距離の相対精度が $0''\!.01/1^{\circ} \approx 3\times10^{-6}$，すなわち，有効数字がざっと６桁必要ということになる．

「暦象年表」平成21年版の月の暦には月の距離として，平均距離を単位として例えば1.035というように，相対精度が10^{-3}で与えてあるが，これを用いて地表の観測者から見た月の位置を計算した場合，その誤差が角度の数秒になってしまう．この意味でも，月の視位置を角度で $0''\!.01$ まで与えた意義がなくなっていると言える．

月の測心位置は月の地心位置と赤道地平視差から計算することも可能である．「暦象年表」には赤道地平視差が $0''\!.1$ の桁まで与えてあるので，これを用いれば，測心位置も $0''\!.1$ の桁まで求めることが可能になり，相対精度が10^{-3}の距離を用いるよりは良い結果が得られるが，それでも，与えてある視位置の精度との整合性が良くない．視位置を $0''\!.01$ の桁まで与えるのであれば，赤道地平視差も少なくとも同じ桁まで与えるのが望ましい．

上に述べたように，「暦象年表」には，月の距離に関するデータとして，平均距離を単位とした数値と赤道地平視差の両方が与えてあるのだが，両者は簡単な関係にあるのであるから，わざわざ両者を掲載する必要はないと思われる．それぞれの数値はどういう場合に使われることを想定しているのかが不明なのである．月に限らず，たとえば，「暦象年表」のデータから天体の測心位置を求めるには，どうすればよいのかという解説があると良いだろう．

月の縁の位置を知るためには視半径の値が必要になる．「暦象年表」の月の視半径も $0''\!.1$ の桁までしか与えられていないが，これも，与えてある視位置の精度との整合性を考えれば，$0''\!.01$ の桁まで与えるのが望ましい．

4．月の平均距離

「暦象年表」で採用している月の視半径 s_{M} と赤道地平視差 π_{M} との関係式が片山ら[1] によって

$$\frac{\sin s_{\mathrm{M}}}{\sin 15'32''.58} = \frac{\sin \pi_{\mathrm{M}}}{\sin 57'02''.605} \tag{5}$$

と与えられている．この式は月の平均距離における視半径を15′32″.58，赤道地平視差を57′02″.605とするという，「天体位置表」の1985年版以降の採用値に基づくものである．一方，「暦象年表」平成21年版の p.1（「理科年表」平成21年版では p.暦1）には月の平均距離を384 398.73 kmと与えてある．この月の平均距離を地球の赤道半径6378.137 kmと組み合わせて平均距離における月の赤道地平視差 π_0 を求めると

$$\begin{aligned}\pi_0 &= \sin^{-1}(6378.137\ \mathrm{km}/384\ 398.73\ \mathrm{km}) \\ &= 57'02''.6064\cdots\end{aligned} \tag{6}$$

となり，上で引用した平均距離における赤道地平視差の値とは一致しないのである．

ただし，「暦象年表」平成21年版の月の暦に掲載されている月の赤道地平視差（毎月の月の暦では単に「視差」と表記してある）はキロメートル単位の月の距離から，キロメートル単位の地球の赤道半径を用いて計算してあり，平均距離における赤道地平視差の値として57′02″.605を採用して計算しているわけではない．以下に説明するように，月の平均距離が 384 398.73 km であるとすることに問題があるのであるが，月の赤道地平視差の毎日値は正しく計算されている．月の赤道地平視差の計算方法が明記されていないので，誤解されないよう，以上の点をまず明らかにしておく．なお，地球の赤道半径の値についても明記されていないが，「暦象年表」では，従来の国際天文学連合1976 年天文定数系による 6378.140 km に代わって平成15（2003）年版から世界測地系の6378.137 km が採用されている．

本節の本題である，月の平均距離の話に移る．月の平均距離は現在の米英暦では p.F2 の衛星の軌道要素の表に 384.400×10^3 km と与えられている．一方，「暦象年表」と「理科年表」暦部では昭和60（1985）年版から平成14（2002）年版までの凡例に 384 399.1 kmとあったのであるが，今回それが 384 398.73 km に変更された．より精密な値に変更されたという印象を与えるが，これは間違いである．この新しく示された値は天体暦で1983年版まで（「天体位置表」では1984 年版まで）の月の暦 $j = 2$ に採用されていた月の平均距離における月の赤道地平視差の値 $\pi_0 = 57'\ 02''.608$（国際天文学連合1964 天文定数系による値）と，1984年以降の暦に採用された地球の赤道半径の値 $a_{\mathrm{e}} = 6378.140$ km（国際天文学連合1976 天文定数系による値）から，$r = a_{\mathrm{e}} / \sin \pi_0 = 384\ 398.73$ km として得られる値である．$\pi_0 = 57'02''.608$ は地球の赤道半径として $a_{\mathrm{e}} = 6378.160$ km を用いて計算された値であるのに，それとは異なる a_{e} の値を用いて月の平均距離を計算しているというのが，そもそもの間違いである．しかも，現在の暦では，π_0 も a_{e} も上記の値とは異なる値が採用されている（現在の a_{e} の採用値は $a_{\mathrm{e}} = 6378.137$ km，現在の π_0 の値については後述）．

それでは，月の平均距離はいくつとするのが正しいかについて述べておく．

国際天文学連合（IAU = International Astronomical Union）は1964 年の総会において，国際天文学連合 1964 天文定数系[4,5] を定めた．そのリストには月の平均距離を求めるための補助因数 F_2 が含まれていた．ここで月の平均距離 d_{m} とは Hill の月運動理論における中間軌道の長半径である．これは，月の平均運動からKepler の第 3 法則を使って得られる長半径 a と

$$d_{\mathrm{m}} = F_2 a \tag{7}$$

の関係がある．この因数の値は Hill（1877）によれば0.999 093 141 962（井上の論文[6] 参照），また Brown [7] が求めたのは0.999 093 141 975 298 であった．国際天文学連合 1964 天文定数系では

$$F_2 = 0.999\ 093\ 142 \tag{8}$$

と与えている．

月の平均距離は1983年まで（「天体位置表」では1984年まで）の天体暦で採用されていた Brown の月運動理論で重要な役割を果たしていたが，その後の天体暦で採用されている DE200/LE200 [8] など一連の数値積分による暦や，Chapront-Touzé & Chapront による半解析理論 ELP2000 [9] では使用されていないため，その後の国際天文学連合天文定数系には月の平均距離に関係する定数は現われていない．しかし，F_2 の値は Brown の当時にすでに詳しく求められていた太陽と月の平均運動の比の関数であり，平均距離を求めるための因数の値としては，現在も国際天文学連合 1964 天文定数系の値を変更する必要はないと考えられる．

月の平均距離 d_{m} は

$$d_{\rm m} = F_2(GE(1+\mu)/n^2)^{1/3} \tag{9}$$

で求められる．ここで G は万有引力定数，E は地球の質量，μ は月の質量と地球の質量の比の値，n は月の対恒星平均運動である．現在の「暦象年表」で採用している月・惑星暦であるアメリカ JPL の DE405/LE405 [10] による GM と μ の値は

$$GM = 398\,600.432\,90 \text{ km}^3/\text{s}^2, \tag{10}$$
$$\mu = 1/81.300\,56 \tag{11}$$

である．また，n の J2000.0 における値は Chapront et al.[11] によると

$$\begin{aligned} n &= 1\,732\,559\,343''.3328 \text{ /Julian century} \\ &= 2.661\,699\,4733 \times 10^{14} \text{ rad/s} \end{aligned} \tag{12}$$

である．以上の値から，月の平均距離 $d_{\rm m}$ は

$$d_{\rm m} = 384\,399.0496 \text{ km} \tag{13}$$

となる．これにより，「暦象年表」と「理科年表」の昭和60（1985）年版から平成14（2002）年版までの凡例に月の平均距離が 384 399.1 km と与えられていたのは，ほぼ正しかったことが確認された．上で得られた月の平均距離に対応する月の平均赤道地平視差 π_0 は $a_{\rm e} = 6378.137$ km を用いて

$$\begin{aligned} \pi_0 &= \sin^{-1}(a_{\rm e}/d_{\rm m}) \\ &= 57'\,02''.6036 \end{aligned} \tag{14}$$

となる．「天体位置表」の1985年版以降に採用されていた値 $\pi_0 = 57'02''.605$ は国際天文学連合1976天文定数系の $a_{\rm e} = 6378.140$ km を用いて得られた値である．

次に，DE405/LE405 から月の平均距離を求めてみる．平均距離の物理的意味は距離の時間平均ではなく，距離の逆数の時間平均の逆数である．これは，2体問題の楕円軌道で，距離の最大と最小の平均，すなわち楕円軌道の長半径が距離の逆数の時間平均の逆数になっていることに基づいている．半解析理論 ELP2000 [9] では，距離の時間平均が与えられており，基本定数に対する偏微分係数の値も示されている．これによって，Chapront et al.[11] による定数 S2001（MCEP）に対する距離の時間平均を求めると太陽・地球・月の3体問題によるいわゆる Main Problem で 385 000.5141 km になる．これに，地球と月の形状や惑星の摂動の効果 0.0294 km を加えて，距離の時間平均 d_1 は

$$d_1 = 385\,000.5435 \text{ km} \tag{15}$$

である．

DE405/LE405 で西暦 1700 年から 2200 年まで，ほぼ1時間毎の月の距離の値から，距離の平均と平均距離を 50 年毎に求めた結果を表2に示す．「距離の平均」は距離の算術平均，「平均距離」は距離の逆数の算術平均の逆数である．距離にはさまざまな周期の項があるが，そのうち，最も変化の大きい近点月周期の変化の影響を除くため，計算期間の初めと終わりは月の平均黄経が月の近地点の平均黄経に一致する日時にしてある．表に示した平均値が期間によって異なるのは，計算期間が他の周期項の周期の整数倍になっていないためである．しかし，「距離の平均」と「平均距離」には強い相関があり，一方が大きいほど，他方も大きくなる．「平均距離」$d_{\rm m}$ が「距離の平均」d_1 の1次式で表せるとして，その1次式を表2のデータから最小二乗法で求めると

表2． 月の平均距離．各50 年間のほぼ1時間毎の438,450 点の DE405/LE405 による月の距離の平均による．「距離の平均」は求めた距離の算術平均，「平均距離」は距離の逆数の算術平均の逆数，「計算値」は「距離の平均」から式（16）で計算した値，「残差」は「平均距離」から「計算値」を減じた値である．

期間 ユリウス年	距離の平均 km	平均距離 km	計算値 km	残差 km
1699.870 – 1749.887	385003.4015	384401.4296	384401.4509	–0.0213
1749.887 – 1799.904	385000.6102	384399.1224	384399.0800	+0.0424
1799.904 – 1849.921	384997.6064	384396.4549	384396.5285	–0.0736
1849.921 – 1899.938	385001.1639	384399.6003	384399.5503	+0.0500
1899.938 – 1949.955	385003.1255	384401.2612	384401.2165	+0.0447
1949.955 – 1999.972	384999.3330	384397.9002	384397.9951	–0.0949
1999.972 – 2049.989	384998.0998	384396.9977	384396.9476	+0.0501
2049.989 – 2100.005	385002.2507	384400.5346	384400.4734	+0.0612
2100.005 – 2150.022	385002.6782	384400.7180	384400.8365	–0.1185
2150.022 – 2200.039	384998.0632	384396.9765	384396.9165	+0.0600

$$d_{\mathrm{m}} = (0.8494 \pm 0.0112)(d_1 - 385\,000.5435) + (384\,399.0233 \pm 0.0238) \quad (16)$$

（ここで，距離の数値は km 単位）になった．表 2には，各期間について，「距離の平均」からこの式で求めた「平均距離」と，同じ期間の暦から計算された「平均距離」からの残差も示したので，上式がどの程度の精度で合っているかも見てとれるであろう．上式に ELP2000 による距離の時間平均 $d_1 = 385\,000.5435$ km を代入すると

$$d_{\mathrm{m}} = 384\,399.023\ \mathrm{km} \pm 0.024\ \mathrm{km} \quad (17)$$

となる．これは，ほぼ誤差の範囲内で式（13）が示す平均距離と一致するので，DE405/LE405のデータからも式（13）の値が確認できたことになる．

すでに述べたように，月の平均距離は現在の月運動理論には不要である．しかし，「暦象年表」と「理科年表」暦部の月の距離は平均距離を単位として表すのが伝統になっているようである．また，月による掩蔽の観測整約などに用いられる Watts の月縁図[12] や，接食観測の解析から求められた月縁データ[13,14] 等は月の平均距離における値で示されており，これらは，今後も星食の解析などに使用される．その際に必要になる月の平均距離としては，式（13）で示した値を用いることが望ましい．

5．太陽の視半径

「暦象年表」の太陽の暦における太陽の視半径の値は，太陽の真地心距離 r から

$$s_{\mathrm{S}} = 16'01''.18/r \quad (18)$$

によって計算される s_{S} の値である．ここで 1 AU での視半径16′01″.18 はAuwers による Greenwich での1851年から1883年までの観測によるもので，英暦 *The Nautical Almanac* の1896年版以降に採用されていた値である．これは光浸の効果を含んだもので，日月食の予報に使用されてきた Auwers [17] による光浸の効果を含まない値 15′59″.63（「暦象年表」の日月食の計算では現在でもこの値が使われている）とは異なっている．

視半径に対する光浸の効果は実際は太陽の距離に依存しない．というのは，光浸は太陽の縁の見かけの単位面積あたりの明るさによるのであるが，それは距離に依存しないからである．しかし，式（18）で計算される視半径に含まれる光浸の効果は距離に依存することになる．これによる誤差は 0″.025 に達するが，現在の「暦象年表」には太陽の視半径が 0″.1 の桁までしか掲載されていないので，この誤差はほぼ無視できる．ただし，すでに月の視半径について述べたように，与えてある位置の精度との整合性を考えれば，太陽の視半径も0″.01 の桁まで与えるのが望ましい．その際には，光浸の効果に誤差の生じない式を採用されるよう要望しておきたい．

なお，現在の米英暦 *The Astronomical Almanac* では，太陽の暦に与えてある視半径が，IAU（1976）天文定数系による太陽半径の値696000 km を使って計算されている．これは 1 AU における視半径として15′59″.6448 を採用していることにあたり，光浸の効果は含まれていない．米英暦の日月食の計算に使われている太陽の視半径も，同じ値が使われている．米英暦と比較する際には，この違いに注意する必要がある．

6．水星と金星の等級

惑星の見かけの明るさ（等級）は惑星の太陽と地球からの距離の他に，惑星の位相角にもよる．この位相角による変化の計算式は Harris[18] によるが，そのうち，水星と金星の等級の計算式は Danjon[19,20] によっており，今では，その誤差が無視できないことが明らかになっている．そのため，米英暦では水星と金星の等級は2007年版から Hilton[22] による計算式が採用されている（2005年版と2006年版では Hilton による暫定的な式が使用された）．これは，水星と金星の等級について地上からのより精密な観測が多くなされたことに加え，水星については，SOHO 宇宙船からの観測が加えられ，位相角が 3° から 123° までしかなかった等級の観測が，位相角 2°.1 から 169°.5 までに広がったことが大きい[21]．従来の式による等級と比較すると，水星では位相角 2° 付近で 0.16 等明るく，位相角 169° 付近では 0.60 等も暗くなっている．さらに，米英暦では，水星の等級について，上記の位相角の範囲を超える場合は等級の値を表記していないが，「暦象年表」では，すべての位相角について等級を示しており，位相角 180° 付近（内合の前後）では，新しい式による等級が従来の式に比べて約 0.9 等も暗くなっている．金星では差は水星ほど大きくはないが，総じて新しい式のほうが明るく，差は位相角 120° 付近を中心に0.2 等を越えている．金星の等級の計算式の適用範囲は位相角 2°.2 から 170°.2 までであるが，水星の場合と同じく，「暦象年表」では，すべての

位相角について等級を示している．位相角 180°まで外挿した場合，従来の式と新しい式の値の差は 0.5 等を越える（新しいほうが明るい）．

水星と金星の等級については，「暦象年表」でも新しい計算式を採用すべきであろう．

7．冥王星と Eris の暦の表示日

冥王星と Eris は20日毎の位置が与えられている．Eris の暦は平成20年版から与えられることになったが，冥王星は以前から与えてある．その与える日付は，これまで，ユリウス日の整数部が20で割り切れる日になっており，したがって，年を追って連続していた．これは小惑星と彗星の軌道要素を与える日に関するIAU の勧告[15,16] に倣ったもので，これにより，年の変わり目付近の日時についても，その位置を補間法により求めやすくなっていたのである．これが「暦象年表」平成21 (2009) 年版で突然に連続でなくなった．2008年と2009年の境界付近の日付は，平成20 (2008) 年版で2008年12月20日と2009年１月９日だったのに，平成21 (2009) 年版では2008年12月30日と2009年１月19日というように，10日のずれがあるのである．これでは，この付近の日時に対する天体の位置を補間法によって求めるのに支障が生じる．実は，この付近の日時に対しては，冥王星もEris も，比例配分によって，表値の精度でその位置を求めることが可能なのであるが，常に比例配分で可能だということではない．また，月の暦の補間で述べたように，各年の「暦象年表」でその年内に限らず，その前後の数個のデータを掲載することにすれば補間に関しては問題は起こらない．しかし，これは，データの連続性の観点からも，これまでどおり，ユリウス日の整数部が20で割り切れる日にすることが望ましい．

「暦象年表」のこの日付の不連続にかかわらず，「理科年表」の方は平成21年版でも，これらの天体の暦の日付は以前のものに対して連続していることを注意しておく．

なお，「暦象年表」では，惑星・小惑星等の暦において，その年から外れる日についても「１月−5 日」や「12月40日」等の表記で，年内の日付との混同を避けることに注意が払われていた（「１月−5 日」とは前年の12月26日，「12月40日」とは翌年の１月９日のことである．この点，「12月40 日」を「１月９日」に書き換えるなどの措置が取られていた「理科年表」暦部とは編集方針を異にしていた）．「暦象年表」改訂版でも，各地の日出等の表と冥王星や小惑星等の暦でその方針が受け継がれているのであるが，惑星の暦ではそれが崩れ，前年や翌年の日付に対しても，年を明示することなく，前年や翌年の日付で表示されている．使用に当たってはその点にも注意を要する．

8．日食と月食の要素

日食と月食の要素では，太陽と月の視赤経の合または衝の時刻を中央標準時で１秒の桁までしか与えていない．月は時間の１秒間に約 0″.5 も動くのであるから，これでは不充分である．これまで１秒の桁までしか与えていなかったのは，その時刻を中央標準時で表していたためである．今回，太陽・月・惑星の暦を地球時 TT で与えることにしたのであるから，日食と月食の要素の合または衝の時刻も TT で与えることにして，0.1 秒の桁まで与えるのが望ましい．もちろん，食の状況の予報時刻は中央標準時で $0^{m}.1$，あるいは 1^{s} まで与えるのでよい．

要素として，太陽と月の視赤経と視赤緯は合または衝の時刻における値とその時刻における変化率しか与えていないが，日食や月食は数時間にわたり，その時間中，視赤経や視赤緯の変化率が一定と見なすことはできないので，これでは，正確な日食や月食の予報を計算することができない．つまり，食の要素と言っているが，要素の名に値しないのである．これは，１時間毎の値を示すか，時間の多項式で与えるべきである．視差と視半径についても，少なくとも月については，それらの時間変化も与えるべきである．なお，日食については，現在の米英暦で与えているように，ベッセル日食要素を時間の多項式で与えるのでもよい．

9．符号の付け方，その他

「暦象年表」と「理科年表」暦部の太陽・月・惑星等の暦において，視赤緯など符号の付く数値の符号の付け方は次の規則によっていた．

１．５行ごとのグループに分け，各グループの最初の行の数値に符号を付ける．
２．符号が変わる前後の数値に符号を付ける．
３．表の最後の行の数値に符号を付ける．
４．それ以外の数値には符号を付けない．

ただし，「各地の太陽，月の出入，南中推算表」の第２表と「各地の日出入方位，日南中時」の表，それと 2003 年版から４日毎に掲げることにした

ことから表のデータが5行を越えることになった「太陽」のページの黄経・黄緯等の表と「グリニジ視恒星時」のページの分点均差の表は5行毎のグループに分けることをせず，表の最初と最後および符号が変わる前後の数値のみに符号を付けていた．

表3に「暦象年表」平成20 (2008) 年版と平成21 (2009) 年版に与えられている4月21–25日の月の視赤緯を示した．2008年のデータについては，上の規則によって，ここに示した5日分のすべての視赤緯の数値は符号がマイナスであることがわかる．2009年のデータも同じ表記の仕方で，初めの21日の数値にのみマイナスの符号が付いているのであるが，これは，この5日分のすべての数値の符号がマイナスだからではない．実は，21日のみマイナスで，残りの22–25日の数値はプラスなのである[1]．実際のところ，「暦象年表」平成21年版の太陽・月・惑星等の暦では，マイナスの数値のすべてにマイナスの符号が付いているのであるが，プラスの数値には符号が全く付けられていないのである[2]．しかし，このことは，平成21年版のすべてにあてはまるわけではない．p. 36 の「夜明，日暮，日出入方位，日南中高度」と p. 49 の「各地の太陽，月の出入，南中推算表」では上記の規則にしたがって符号が付けられているのである．しかも，この符号の付け方の規則の変更について，どこにも注記がないのである．

マイナスの数値に符号が付いていないとプラスと思ってしまうということは起こりうることなので，マイナスの数値のすべてにマイナスの符号を付けるというのは親切なことだと言えるが，プラスの数値には全く符号を付けないというのは表3からも明らかなように，混乱を起こす．プラスの数値の全てに符号を付ける必要はないが，符号が変わる前後ではプラスの数値にもプラスの符号を付けるべきである．表3の b) の例で言えば，22日の数値にはプラスの符号を付ける必要がある．そうすれば，今までの符号の付け方に慣れている人でも，符号を間違えるということが避けられるはずである．

時刻の単位の字体に混乱があることも指摘しておく．時刻の単位の h，m，s はローマン体であるべきであり，「暦象年表」平成21年版でも，多くの場所ではそれにしたがっているが，太陽・月・惑星の表の上部に書かれている「地球時 0^{h}」の時刻の単位がイタリック体になってしまっている．「日食」のページでも，状況の表の時刻の単位は正しくローマン体で表記されているのに，そのすぐ上の視赤経の合の時刻の単位がイタリック体になっているのである．このような字体の乱れは見苦しいし，字体の違いは別の意味を表すものなのではないかという誤解も生じかねない．

また，「月」の暦の視差の単位が「m」と「s」になっているが，これは時間の単位ではなく，角度の単位であるから，正しくは「′」と「″」である．注意していただきたい．

日本の地名の表記について注意しておく．「暦象年表」平成21年版の「日食」のページには，2009年7月22日の皆既日食が見られる地点として「トカラ列島」の記述がある．外来語でもないのに，「トカラ」はどうして片仮名で書かれているのだろうか．

「トカラ」の漢字には計算機で容易に表記できないものが含まれているため，ウェブサイト等で片仮名で書かれていることがあることは事実であるが，それが正式な表記ではない．日本の地名の表記は国土地理院と海上保安庁海洋情報部が共同で毎年開催している「地名等の統一に関する連絡協議会」で審議し，この列島名は国土地理院では「吐噶喇列島」，海上保安庁海洋情報部では「吐噶喇群島」とすることとしている．学校で教科書として使用している地図帳等でも国土地理院の表記にしたがって漢字で書かれている．もちろん，地名の表記については国立天文台としての独自の判断があっても良いが，国立天文台でこの日食を解説しているウェブサイト `http://www.nao.ac.jp/phenomena/20090722/index.html` には

表3． 2008年と2009年の4月21–25日の月の視赤緯．a) は平成20年版による世界時0^{h}の値，b) は平成21年版による地球時0^{h}の値

a)

日	視赤緯 °	′	″
21	–18	32	52
22	22	25	17
23	25	20	11
24	27	7	56
25	27	41	40

b)

日	視赤緯 °	′	″
21	–5	25	12.14
22	0	18	13.50
23	6	10	29.31
24	11	55	40.68
25	17	13	48.73

[1] 太陽の表にある9月の均時差の符号は特に注意を要する．初めの値のみマイナスで，残りの数値には符号が付いていないので，その月の均時差の値は全てマイナスだと思ってしまいかねないからである．

[2] 表値が「0.0」の場合，これまでの暦象年表では符号を付けないことになっていたが，平成21 年版では，計算機の内部でマイナスになる場合に，表値にも「–0.0」というようにマイナス符号が付いてしまっている．このような例は太陽の黄緯と惑星の等級に見られる．

「トカラ列島」の「トカラ」は、本来「吐噶喇」と表記されますが、フォントなどの制限により表示できない場合がありますので、このペ ージではカタカナで「トカラ」と表示してあります。

という断り書きがある．一方でこのような断りを入れておきながら，他方では漢字で書ける場所なのに片仮名で表記しているというのでは，国立天文台として，どう表記すべきだと考えているのか，理解に苦しむ．

なお，海上保安庁海洋情報部が編集している「天体位置表」2009年版には「トカラ群島」と書かれていたが，これは海上保安庁海洋情報部のウェブサイトで正誤表によって「吐噶喇群島」に訂正されている．http://www1.kaiho.mlit.go.jp/KOHO/syoshi/correct/eph2009.htmを参照されたい．

「暦象年表」平成21年版には，ここに述べていない誤りがある．国立天文台暦計算室のウェブサイトhttp://www.nao.ac.jp/koyomi/cande/errata.htmlに「暦象年表」の正誤表が掲載されているので，「暦象年表」使用の際には確認されたい．

10. 結び

「暦象年表」は平成21年版で改定され，太陽と惑星については精密天体暦と同じ精度で位置が得られるようになった．しかし，月の暦では適切に補間できない，距離の精度が不足している，等々の問題がある．他の場所にも，さまざまな問題点があることが明らかになった．ユーザーは「暦象年表」の使用に際して，それらの点に充分注意されたい．「暦象年表」の編集者には将来の改定において，不備を正されるよう要望する．

謝辞. 国土地理院測図部基本情報調査課の増子宏氏と海上保安庁海洋情報部「海の相談室」からは日本の地名の表記についてご教示いただいた．また，本稿査読者には有益なコメントをいただき，原稿をよりわかりやすくすることができた．皆さまに深く感謝する．

参考文献

1）片山真人, 松田浩, 福島登志夫, 渡部潤一：国立天文台報, **11**, 31（2008）.
2）国立天文台編：暦象年表 平成21年 2009, 126（2008）.
3）H.M.Nautical Almanac Office: *Interpolation and Allied Tables*, Her Majesty's Stationery Office, London（1956）.
4）IAU: *Trans. IAU*, **12B,** 593（1966）.
5）H.M.Nautical Almanac Office: *Explanatory Supplement to the Astronomical Ephemeris and the American Ephemeris and Nautical Almanac*（Fourth impression with amendments）, Her Majesty's Stationery Office, London, p. 497（1977）.
6）井上圭典：水路部研究報告, No.12, 57（1977）.
7）Brown, E.W.: *Mem. R. Astr. Soc.*, **53**, 89（1899）.
8）Standish, E.M.: *Astron. Astrophys.*, **114,** 297（1982）.
9）Chapront-Touzé, M. & Chapront, J.: *Astron. Astrophys.*, **124,** 50（1983）.
10）Standish, E.M.: *JPL Planetary and Lunar Ephemerides, DE405/LE405*, JPL IOM 312.F-98-048, Jet Propulsiom Laboratory（1998）.
11）Chapront, J., Chapront-Touzé, M., and Francou, G.: *Astron. Astrophys.*, **387,** 700（2002）.
12）Watts, C.B.: *Astron. Papers Am. Ephemeris*, **17**, U.S. Naval Observatory, Washington, D.C.（1963）.
13）Sôma, M.: *Publ. Natl. Astron. Obs. Japan*, **5,** 99（1999）.
14）Sôma, M. & Kato, Y.: *Publ. Natl. Astron. Obs. Japan*, **6,** 75（2002）.
15）IAU: *Trans. I.A.U.*, **3,** 226 and 301（1929）.
16）IAU: *Trans. I.A.U.*, **5,** 315（1936）.
17）Auwers, A.: *Astr. Nach.*, **128,** 367（1891）.
18）Harris, D.L.: in *Planets and Satellites*, ed. G.P. Kuiper and B.A. Middlehurst, University of Chicago Press, Chicago, p.272（1961）.
19）Danjon, A.: *Bull. Astron.*, **14,** 315（1949）.
20）Danjon, A.: *Bull. Astron.*, **17,** 363（1953）.
21）Mallama, A., Wang, D., & Howard, R.A.: *Icarus*, **155,** 253（2002）.
22）Hilton, J.L.: *Astron. J.*, **129**, 2902（2005）.