国立天文台報　第11巻，15－30（2008）

電波シーイングモニタで観測された，対流圏大気乱流と電離圏境界擾乱の周波数特性—ALMA 観測の位相補償実現のために

石崎秀晴

（2007 年 10 月 31 日受付；2007 年 12 月 8 日受理）

Frequency Characteristics of Atmospheric Turbulent Flow in the Troposphere and Disturbance of Boundary under the Ionosphere Observed with the Radio Seeing Monitors.

—To Realize Phase Compensation of the ALMA Observations.

Hideharu Ishizaki

Abstract

Frequency response of observational data of the Radio Seeing Monitors installed at the ALMA site were analyzed. The phenomena to be called screen of the troposphere generally and the events that we call fast phenomena of the ionosphere are included in the data observed in RSMs. The fast phenomena are the phenomena that synchronized with occurrence of the plasma bubble of the ionosphere. It was confirmed that frequency response of phase fluctuation by the screen and frequency response of fluctuation with the fast phenomena based on different systems of motion, by analysis that regarded the atmosphere as a signal transmissive system. By spectral analysis of the phase fluctuations, a pattern known as the turbulent energy spectrum in the atmosphere appeared. A spectrum specific to the fast phenomena was identified from background noise by the pattern used as an index. These phenomena were different in frequency ranges. The system identification for the spectrum of the fast phenomena was made as oscillation of the ionospheric boundary. The oscillation modelled an external gravity wave, which was good approximation.

1．はじめに

ALMA サイト近傍（西経 67.7027°，南緯 22.9690°）に設置された電波シーイングモニタ（Radio Seeing Monitor）で観測された高速現象（fast phenomena）が，電離圏における擾乱であるプラズマバブル（plasma bubble）の発生と同期していることが分かった [1)]．その観測データの分散関係解析に基づいて観測モデルを構築するための理論解析に着手したことを報告した [2)]．

分散関係の解析結果から RSM が観測した高速現象は，大気重力波としては外部重力波（external gravity wave）かラム波（Lamb wave）に分類された．そこで，電離層 F 層の下部境界面付近の中性気体にラム波が生じたとして理論解析を行ったところ，電離層境界面にゆらぎが起こることが分かった．そのゆらぎは，音速で，水平方向へ伝播し，分散性のない，横波であった [2)]．

また，RSM の特性から観測されたゆらぎは周期が 10 分以下，波長が 10 km 以下程度で波動としての継続時間は 10 分程度以上であると考えられる．

電離層境界面に生じたゆらぎが RSM により観測されたメカニズムの詳細は分からない．ごく大ざっぱに類推すると，電離層における電波伝搬に対する遅延 $\tau_{\rm ion}$ は $\tau_{\rm ion} \propto f^{-2}\int_0^L n_{\rm e}dy$ と書ける [3)]．ただし，f は観測周波数，$n_{\rm e}$ は電子数密度で L は電離層の厚さ（≈ F 層の厚さ），y は高度であり，積分 $\int_0^L n_{\rm e}dy$ は伝播経路に沿った単位面積の円柱を考えるとき，その中に含まれる電子の総数（全電子数：Total Electron Content）に等しくなる．したがって，F 層下部境界面にゆらぎが生じれば L が増減して TEC 値に変動をもたらし，それが遅延量の変化として観測されたのではないかと推定される．

プラズマバブルも電離層F層下部境界面に生じた波長数百 km，周期が100分程度のゆらぎが日没後にレイリー・テイラー不安定性（Rayleigh-Taylor instability）により発達し生じる．Ogawaら[4]とOtsukaら[5]はプラズマバブルに関する基礎的なレクチャーと共に，スマトラ島 Kototabang（インドネシア）に複数のGPS受信機などの観測装置を設置してプラズマバブルの発生と同期したシンチレーションや信号源（プラズマバブル）のドリフト速度などの観測が実施されたことを報告している．これは大気光観測などと総合してプラズマバブルの地上観測において JICAMARCA 電波天文台（ペルー）に匹敵する観測手段が実現されたことを示唆し，東アジア地域におけるプラズマバブル同定の標準となったり，地球の表と裏から経度差による発生や特性の分布の研究が本格化するなど，今後のプラズマバブル研究の発展を期待させる．

本報告では，報告者らのこれまでの成果を土台として高速現象の観測モデル構築を目指した解析を実施した．２節で大気を情報伝達システムと考えた解析，３節でエネルギースペクトル解析，４節で対流圏の乱流，そして，５節で電離圏の境界面ゆらぎを想定したシステム同定を実施する．６節でモデルを具体化し，その妥当性を検討する．ALMAの位相補償を実現する上で無視できない高速現象の実像がおぼろげながら見えてきた．

２．伝達関数

観測された高速現象がラム波に由来するものならば，電離層F層下部境界面に生じていると推定されるゆらぎは分散性がない波動である[2]．分散性のある波動の特徴は，多数の周波数・波数成分が含まれている場合，それぞれが異なる速度で進行することである．その結果として進行中に波形が変化する．もし，分散性がなければ波動は一定の位相速度で形状を変えずに進行することになる．

このことは，RSMsによるスクリーン速度[1]の観測にも通じるものがある．RSMによって観測される衛星電波は対流圏のスクリーンや電離圏の電子によってランダム状に変調された信号であり，それぞれのRSMの位相データ[1]の相似性が高ければ，高い相関係数でラグが得られる．したがって，信号源が形を変えずに進行することを織込んだ測定を行っていると言える．

さらに，信号源が形状を変える要素は運動のシステムの非線型性も考えられる．非線型性が強く作用するシステムでは信号波形が大きくゆがむ．たくさんの高調波が発生するからである．このような場合，非線型性に対抗するように分散効果が発揮されることもある．

変動が正弦波的で高調波をほとんど含まないようなシステムは非線型性が弱く，したがって分散効果も生じないと思われる．そこで，信号源である電離層境界面にゆらぎをもたらす大気の運動は比較的単純な線型システムで記述されることを期待してモデル化を検討する．

対流圏に存在する水蒸気は比較的狭い高度範囲に幕状に分布していることからスクリーンと呼ばれる．電波観測に対しては水蒸気による位相遅延が最も大きく影響するから，これを位相スクリーン（phase screen）と呼ぶこともある．また，水蒸気が大気の乱流運動にしたがい変動成分が平均流成分に凍結されて流されていることが仮定される場合は frozen screen と呼ばれることもある．なお，高速現象とはスクリーン速度が300 m s^{-1}（少数の150 m s^{-1}の場合も含む）と計算された場合を言う[1]．

RSMsで観測されるスクリーンはALMAサイトの主要な風である西風に乗って東に移動している．高速現象もまた，プラズマバブルの特性から東に向って進行する現象である．偶然のことと思われるが両者が共に西から東へ向けて情報を伝達している．

図１に示すように，RSMsは西側にRSM-B，東側にRSM-Aが配置されている．両者は300 m隔たっており，その間の空間は大気が占めていて，その大気が何かの情報を伝達する機能を果たしていると考えられる．もう少し具体的にいえば，情報

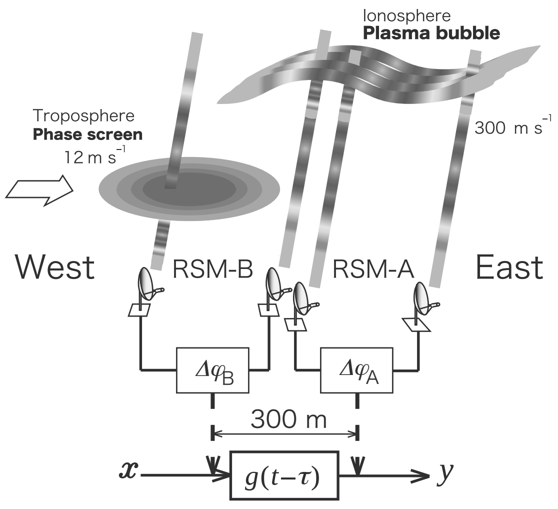


図１　**Transfer function.**
大気の運動を線型システムで近似して，その伝達関数を観測するモデル．

がスクリーンや高速現象に載って移動していると見なすことができる．そこで RSM-B が観測した信号が，RSM-A で再び観測された際，信号に変化が存在すれば，この間の大気は信号伝達特性を持っていると考える．これを大気のシステムの伝達関数（transfer function）として測定する方法を考える．

最初に RSM-B で受信した位相データ $\Delta\varphi_{\mathrm{B}}$ を信号 $x(t)$ とする．次に観測された RSM-A の位相データ $\Delta\varphi_{\mathrm{A}}$ を信号 $y(t)$ とする．ただし，t s は時間を示し，$x(t)$, $y(t)$ は時間の関数である．信号 x をシステムへの入力とし，これを観測してから出力である信号 y を受信するまでには，観測するたびに異なるラグ τ s が存在する．$g(t-\tau)$ を伝達関数として，これを図示すると図 1 の最下段の信号ブロック線図となる．また，式で書くと

$$y(t) = x(t) * g(t-\tau). \tag{1}$$

ただし，$*$ は畳み込み積分（convolution integral）を表す演算記号である．

式 (1) における観測量 x, y に含まれる τ を分離することを考える．そのために式 (1) の両辺をフーリエ変換すると

$$Y(i\omega) = X(i\omega)G(i\omega)e^{-i\omega\tau} \tag{2}$$

を得る．ここに，$X(i\omega), Y(i\omega), G(i\omega)$ は $x(t), y(t), g(t)$ のフーリエ変換で，i は虚数単位，ω rad s^{-1} は角周波数である．

式 (2) の両辺に X の複素共役 X^* を掛けると，

$$W_{xy} = W_{xx}Ge^{-i\omega\tau}. \tag{3}$$

ただし，$W_{xx} = X^*X$ はシステムへの入力信号のパワースペクトルで $W_{xy} = X^*Y$ は入出力信号のクロススペクトルである．式 (3) を変形して

$$\begin{aligned}
\frac{W_{xy}}{W_{xx}} &= G(i\omega)e^{-i\omega\tau} \\
&= \{\Re\mathrm{e}\,[G(i\omega)] + i\Im\mathrm{m}\,[G(i\omega)]\} \\
&\quad \times (\cos\omega\tau - i\sin\omega\tau) \\
&= \{\Re\mathrm{e}[G]\cos\omega\tau + \Im\mathrm{m}[G]\sin\omega\tau\} \\
&\quad + i\,\{\Im\mathrm{m}[G]\cos\omega\tau - \Re\mathrm{e}[G]\sin\omega\tau\} \\
&= |G|\,(\cos\omega\tau\cos\phi + \sin\omega\tau\sin\phi) \\
&\quad + i\,|G|\,(\cos\omega\tau\sin\phi - \sin\omega\tau\cos\phi) \\
&= |G|\cos(\omega\tau-\phi) - i\,|G|\sin(\omega\tau-\phi).
\end{aligned} \tag{4}$$

ただし，$|G|$, $\Re\mathrm{e}\,[G]$, $\Im\mathrm{m}\,[G]$, ϕ の関係は図 2 を参照．

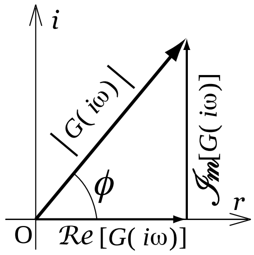


図 2　Amplitude, Phase, Real and Imaginary component.
伝達関数を計算する際の振幅と位相，実部と虚部.

ここで，式 (4) の絶対値を計算すると

$$\begin{aligned}
\left|\frac{W_{xy}}{W_{xx}}\right| &= |G|\sqrt{\cos^2(\omega\tau-\phi) + \sin^2(\omega\tau-\phi)} \\
&\equiv |G(i\omega)|\,.
\end{aligned} \tag{5}$$

こうして，見かけ上 τ を含まない式 (5) が得られた．$|G(i\omega)|$ は（周波数）伝達関数 $G(i\omega)$ の振幅特性，または利得（gain）である．

式 (5) から伝達関数を計算する際，多数の観測から計算した W_{xx}, W_{xy} を平均して $|G|$ を求めることによってノイズを除去するのが普通である．通常の伝達関数には周波数的に固定された固有のパターンが存在するからである．この観測の場合は，固有のパターンは存在するが周波数が固定されておらず，平均すると信号まで消去されてしまうようなので，平均せずに個別に $|G|$ を求める．

図 3 に伝達関数 $|G(i\omega)|$（実線）とパワースペクトル W_{xx}（点線），クロススペクトルの絶対値 $|W_{xy}|$（破線）の測定結果を 4 例ほど示す．それぞれの 10 分間の位相データから計算したものである．横軸は周波数 Hz であり，縦軸の伝達関数（ゲイン）は振幅比なので無次元，パワースペクトルとクロススペクトルは deg^2 の単位である．

多くのノイズが含まれているために正確な伝達関数の曲線形状が分かりにくい．ここでは，単純に折線近似して観察することにする．すなわち，折点周波数（corner frequency）以下ではゲイン $|G(i\omega)| \approx 1$ の水平な直線とし，折点より高い周波数では一定の勾配で上昇・下降する直線と見なす．勾配は平均的にほぼ，周波数 f Hz に比例しているようであった．この折線形状が固有のパターンであり，折点周波数が固定されていないのが特徴である．

図 3 (a) は折れなかった場合の例である．(b) は折点周波数 $f_{\mathrm{c}} \approx 0.01$ Hz 以上で直線的に上昇している場合，(c) は $f_{\mathrm{c}} \approx 0.05$ Hz から下降している場合で (d) は高速現象が発生している場合の例で $f_{\mathrm{c}} \approx 0.2$ Hz であった．

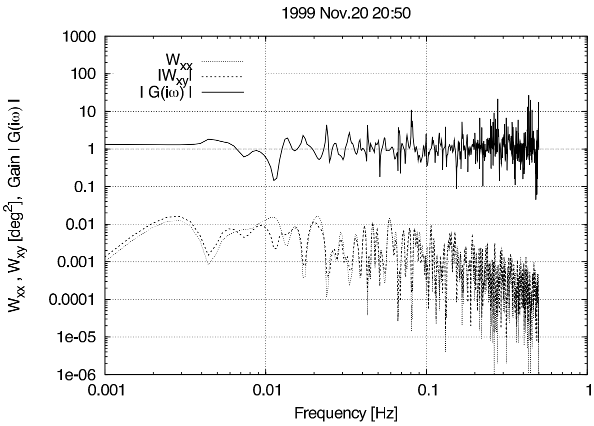


図３ (a)　**Transfer function without corner frequency.**

折点周波数のない場合の伝達関数の例.

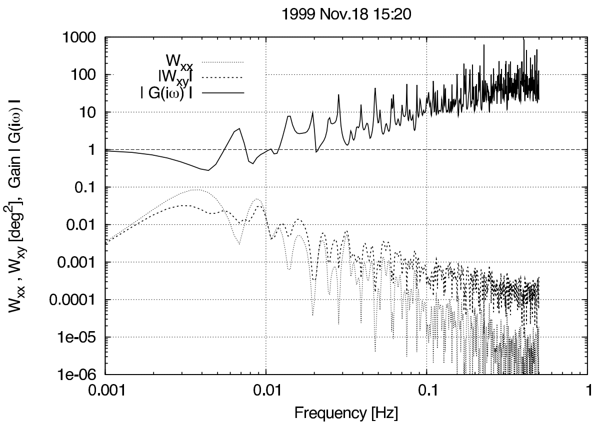


図３ (b)　**Transfer function with positive corner frequency.**

折点周波数から上昇する場合の伝達関数の例.

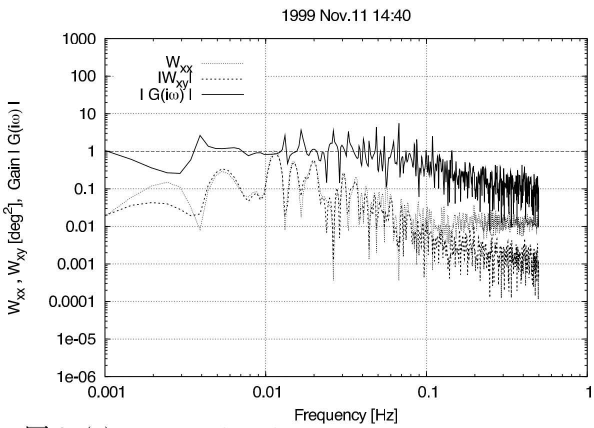


図３ (c)　**Transfer function with negative corner frequency.**

折点周波数から下降する場合の伝達関数の例.

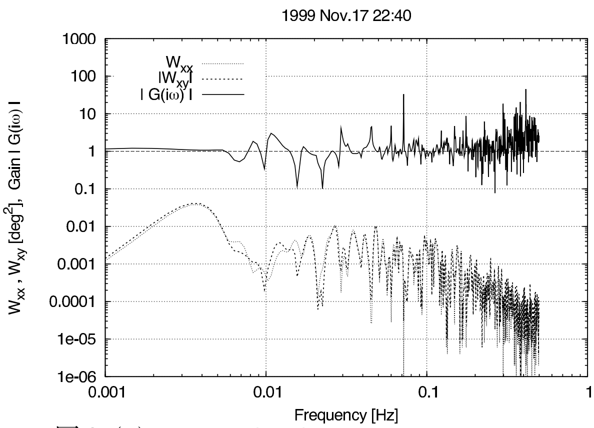


図３ (d)　**Transfer function as Fast Phe-nonena happen.**

高速現象が出現した場合の伝達関数の例.

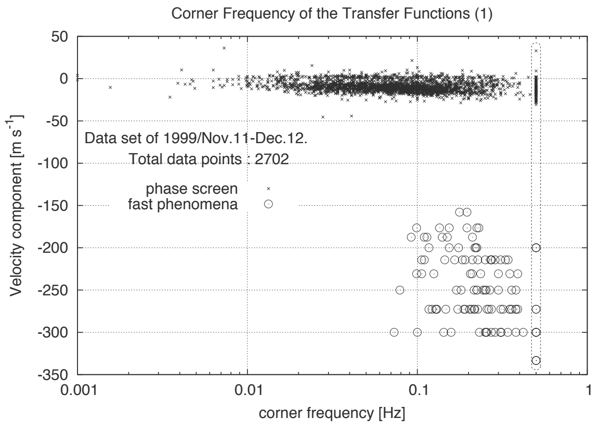
1999 年 11 月 11 日〜12 月 12 日までの約一ヶ月間の観測データに対して，各 10 分間毎に伝達関数を計算した．正常に計算できた 2702 点について，折点周波数 f_c Hz の速度成分に対する分布（図４ (a)）と現地時刻に対する分布（図４ (b)）をプロットした．伝達関数は１秒サンプルデータで計算したが，速度成分はアップサンプリング [1] して 10 Hz 相当としたデータから計算してある．

両者の分布図とも速度成分が $-50\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ 以上は対流圏の位相スクリーンの速度（×印），$-150\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ 以下の場合は高速現象（○印）と見なして区別した．負号は東へ向かう運動を意味する．f_c が 0.5 Hz の位置にポイントされているときは，0.5 Hz で折れているわけではなく，この周波数範囲では折れなかった場合である（より高い周波数で折れる可能性もあり，133 例が存在するので，情報としてポイントした）．ほとんどの場合，上に向って折れていた．下向きの場合は２，３例しかなかった．

図４ (a), (b) から位相スクリーンと高速現象が共に，速度成分と現地時刻に対して弱い相関が観察される．速度成分に対する相関について考えると，これは RSM-B を通過してから RSM-A を通過するまでの移動時間（ラグ τ）に相関があると考えた方がよいように思われる．なぜなら，対流圏のスクリーンも電離層のゆらぎも，時間の経過とともに形の変化という発展が起こり，時間が経つにつれて高い周波数（≈ 高い波数）成分から徐々に低い周波数成分まで発展の効果が及ぶと考えられるからである．よって，スクリーン速度（高速現象に対しては速度成分と呼ぶ）に切点周波数 f_c が比例している．

この場合，周波数と波数は比例し，周波数や波数が高くなると振幅が小さくなることを想定している．そうすると，信号源の変形が高い周波数成分に限定されている間は，末端の細かい変動に限られるが，低い周波数まで発展が及ぶときは全体が形を大きく変えることになる．

現地時刻との相関は，第一報 [1] の図１９の高速現象の速度成分の時刻依存性のグラフと相似な傾



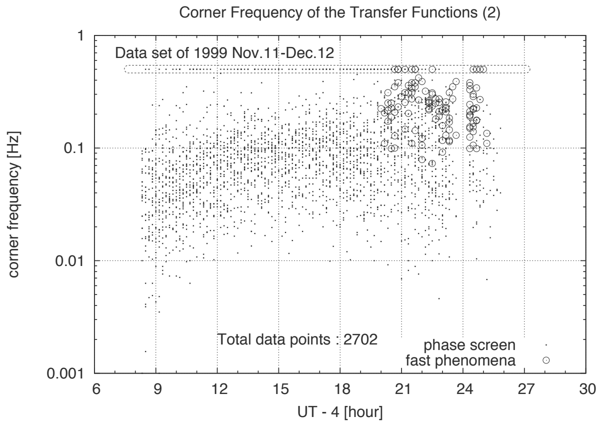


図 4 (a) **Distribution of corner frequency(1).** 折点周波数の分布（1）対–速度成分.

図 4 (b) **Distribution of corner frequency(2).** 切点周波数の分布（2）対–現地時刻.

点線の長円で囲まれている corner frequency 0.5 Hz のポイントは，この周波数範囲では折れていないデータである.

向を示しているようである．すなわち，現地時刻 22 時頃に速度のピークを迎え，その後，速度は低下する．折点周波数の分布もほぼ同様であり，こちらからも，移動時間が短ければ形状の変化は高い周波数範囲に限られ，時間が長く経過すれば低い周波数範囲まで発展が及ぶことを示しているようである．しがって，時間の経過によって高い周波数から低い周波数へ発展が及ぶようすを観察しているように思われる．結果として観測時間が短いということは速度が速いからであり，やはり f_{c} はスクリーン速度・速度成分に比例していると考えられる．

本節で行った解析は，制御工学などの分野で利用されている通常の伝達関数とは異なるもののようである．実際，信号伝達特性を表すと思われるパターンが周波数軸上に固定されていないから，平均すると消滅してしまう．これは通常の考え方に従えばノイズである．しかし見方を変えれば，速度変動が高い周波数部分から低い周波数へ向って浸透して行くようすを観測しているのであり，それを分散効果として捉えていると考えられる．速度変動の発展，または分散の拡がりは乱れのエネルギーに関連する現象であり，まさにノイズの発達のようすを捉えているのではないかと想像される．したがって，本報告ではこれを伝達関数と呼ぶことにする．

一般に大気の乱流運動の特性を調べる方法としては，時間構造関数（temporal phase structuer function）の計算がよく用いられる [6]．図 3 (a),(b),(d) の $|G(i\omega)|$ はグラフの上下左右を反転（縦軸を $|G(i\omega)| \to |G(i\omega)|^{-1}$ に，横軸の周波数を $f \to f^{-1} = \tau$ のように時間間隔へ置換）すると時間構造関数のグラフによく似たものとなっている．

ここでは位相データを $\phi(t)$ と書いて，これに対する時間構造関数 $D_\phi(\tau)$ は

$$D_\phi(\tau) \equiv \left\langle \left(\phi(t) - \phi(t+\tau)\right)^2 \right\rangle$$

と定義される．τ は時間間隔である．

位相データを離散的なサンプルの系列データ ϕ_n, $(n = 0, 1, 2, \cdots, N-1 :\ N = 600)$ として系列を $\{\phi_n\}$ と書き，時間構造関数の系列 $\{D_\phi(m)\}$ に対して

$$\begin{aligned} D_\phi(m) &= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\left(\phi_n - \phi_{n+m}\right)^2 \\ &= \frac{\sigma_\phi^2}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\left(\frac{\phi_n^2}{\sigma_\phi^2} - 2\frac{\phi_n\phi_{n+m}}{\sigma_\phi^2} + \frac{\phi_{n+m}^2}{\sigma_\phi^2}\right) \\ &= 2\sigma_\phi^2\left(1 - \frac{1}{N\sigma_\phi^2}\sum_{n=0}^{N-1}\phi_n\phi_{n+m}\right). \end{aligned}$$

ただし，

$$\sigma_\phi^2 = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\left(\phi_n - \bar{\phi}\right)^2$$

は $\{\phi_n\}$ の分散，$\bar{\phi}$ は平均値である．上の計算は $\bar{\phi} = 0$ である場合を仮定している．

ところが，

$$r_{\phi\phi}(m) = \frac{1}{N\sigma_\phi^2}\sum_{n=0}^{N-1}\phi_n\phi_{n+m}$$

は位相データ $\{\phi_m\}$ の自己相関関数である [7]．

よって，$D_\phi(m)$ は m が小さいときは $r_{\phi\phi}(m) \neq 0$ であり右上がりのグラフとなるが，m がある一定値を越えると $r_{\phi\phi}(m) \approx 0$ となって $D_\phi(m) \approx 2\sigma_\phi^2 \approx$ const. となる．そこで，この特性的な時間間隔 m s を corner time t_{c} s と呼び，$t > t_{\mathrm{c}}$ では乱流渦に

よる乱れが平均化されて観測への影響が相殺されると考えられている．

このcorner time t_c と切点周波数 f_c も大気の運動特性が変化する点を与えるという意味で共通である．f_c に対する解釈としては，これより低い周波数に相当する空間スケールにおいては形状を大きく変化させることなく平均流に凍結されており，高い周波数に相当する部分が乱れのスケールを与えると考えられる．

伝達関数を計算したことによる最も重要な成果は，スクリーン（×印）の折点周波数は広い周波数範囲に分布しているが，高速現象（○印）はほぼ $f_c \gtrsim 0.1$ Hz に限定されているということである．このことは，スクリーンと高速現象のそれぞれの運動学的な特性を表していると考えられる．

たとえば，スクリーンは規則性がなくランダムノイズのように見える運動を行っており，乱流の特徴を示唆しているように思われる．一方，高速現象は比較的固定されたパターンを示し固有振動数のような特性パラメータを持っているのかもしれない．すなわち，スクリーンと高速現象は運動のシステムが異なり，別の物理現象に基づいていると考えてよいであろう．そして，それらの情報がRSM上空を並行に独立して伝播していることが観測されたと理解できる．また，やはり高速現象は分散性が乏しいことも示されたと思われる．

3．エネルギースペクトル

図3で表されたように伝達関数が得られので，このような伝達関数を示す大気運動に対するシステム同定（system identification）が次の作業である．

システム同定とは，対象とする動的システムの入出力データの測定値から，ある目的のもとで，対象と同一であることを証明できるような，なんらかの数理モデル（mathematical model）を作成することをいう[8]．対象は大気運動のシステムである．目的は高速現象の観測モデルの構築であり，最終的にはALMAの位相補償の実現である．同一であるということは，高速現象を理解し観測モデルを構築する上で重要な特性がモデルに組込まれたとき，同一であると見なされる．数理モデルとは物理，力学方程式によって記述された伝達関数である．

この目的を達成するためには図4の折点周波数の分布だけでは情報が不十分である．そこで，位相データの長時間パワースペクトルを計算した．具体的には，連続する8192点に対する位相データのパワースペクトル密度である．計算に用いた位相データは1秒サンプルであるから，8192秒間＝2時間16分32秒間に相当する．

RSM-AとRSM-Bの計算結果を平均した．さらに，そのままではスペクトルのバラツキが大きいので，周波数方向に移動平均を施した．具体的には周波数 f Hzが $f < 0.001$ に対して，そのまま（全部で9点）．$0.001 \leqq f < 0.01$ の範囲に対して，前後9点の平均値．$0.01 \leqq f < 0.1$ の範囲では，前後41点の平均値．$0.1 \leqq f \leqq 0.5$ では，前後81点の平均値とした．

パワースペクトルの計算結果の例を図5に示す．横軸は周波数 f Hz，縦軸は位相データのパワースペクトル密度で，単位は $\mathrm{deg}^2\ \mathrm{Hz}^{-1}$ である．グラフ上部に観測日時（現地時間），曲線の右横（または，細矢印線）で計算開始時刻を示し，10分毎に開始時刻をズラして重ね描きしてある．上下方向を向く矢印はグラフ全体（図5 (b),(c)）または，局所的（図5 (d)）な時間経過によるパワー変動の方向を示している．図5 (a),(b) は日中でスクリーン速度が最大でも $20\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ 程度の場合，図5 (c),(d) は夜間であり高速現象が発生しているときの例である（地上風速は $10\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ 以下）．

RSMが観測した位相データは，静止衛星からのビーコン信号を，300 m間隔の二台のアンテナが受信した際の位相差を検出したものであり，衛星のドリフト運動による日周成分を除去するために，10分ごとに二次曲線フィットした残差データである[1]．したがって，位相データは長波長，長周期の信号に対して感度がなく，実際に周期10分以上の長周期成分が遮断されているといえる．図5において，灰色で覆われた部分は以上の理由からパワーが正しく計算されていないと考えられる部分である．

RSMが観測するスクリーンは対流圏大気中に分布する水蒸気である．すなわち，水蒸気による観測電波の位相遅延と，その空間的・時間的な変動による位相変動のようす観察している．対流圏の大気は乱流運動しており，RSMはスクリーンを指標として乱流運動を観測していることになる．

乱流運動を考える際，平均流と変動流に分けることがよく行われる．平均流にはテイラーの凍結仮説（Taylor’s hypothesis on frozen turbulence）が適用されて時間的にも空間的にも一定の速度が仮定される．この仮定に基づいて，スクリーン速度が平均流速として求められている．位相データには変動流に関する情報も含まれているはずである．計算されたパワースペクトル密度のグラフに

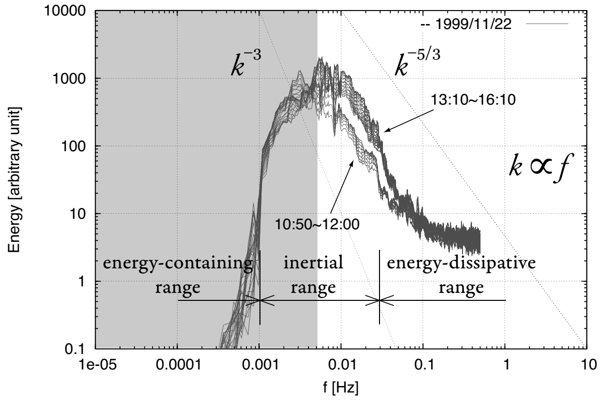


図 5 (a)　**Examples of Energy spectrum (1).**
エネルギースペクトル（1）—日中の例，その 1．

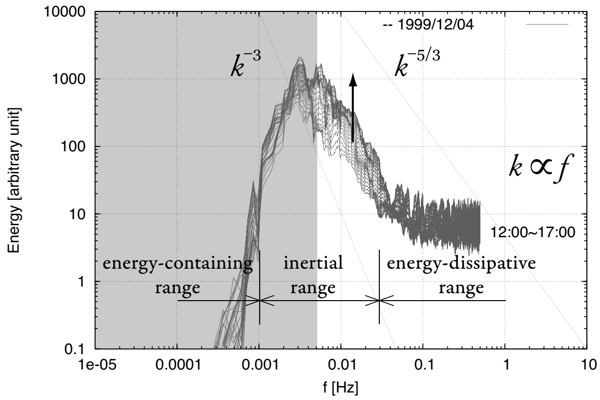


図 5 (b)　**Examples of Energy spectrum (2).**
エネルギースペクトル（2）—日中の例，その 2．

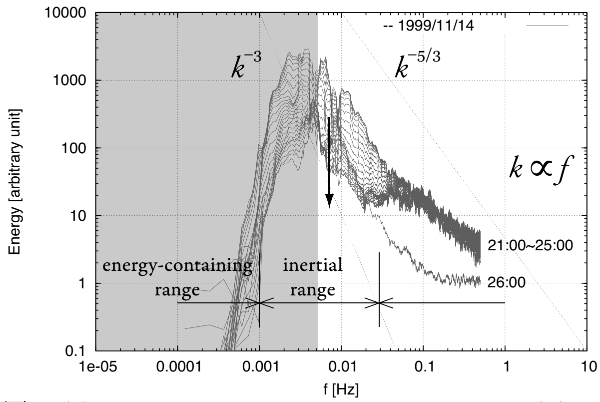


図 5 (c)　**Examples of Energy spectrum (3).**
エネルギースペクトル（3）—夜間の例，その 1．

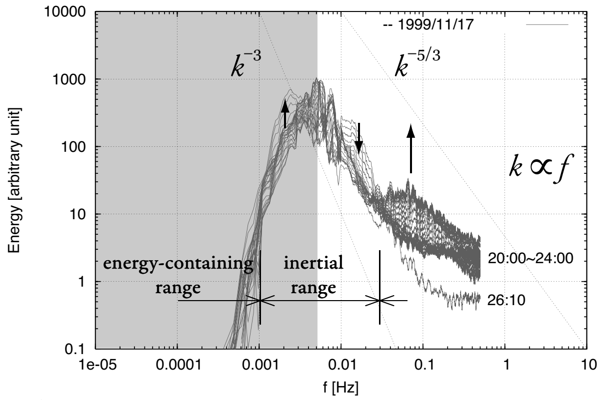


図 5 (d)　**Examples of Energy spectrum (4).**
エネルギースペクトル（4）—夜間の例，その 2．

は，この変動流の特性的な傾向や特徴が表れていると考えられる．

平均流は時間的・空間的に凍結されており，変動流はそれに乗って流されているのであれば，流れの場は大半が分散性がないものと考えられる．そのときの平均流速は波動における位相速度 $v_{\mathrm{p}}\ \mathrm{m\ s^{-1}}$ の概念を含むことになる．実際，スペクトルを計算することは波動と認識していることに他ならない．すると $v_{\mathrm{p}} = \omega/k$ と書ける．ただし，$\omega\ \mathrm{s^{-1}}$ は角周波数で $k\ \mathrm{m^{-1}}$ は波数である．

よって，$\omega \propto k$ であるから図 5 の横軸は波数に置換えることもできるはずである．しかし，実際には二時間以上にもわたって一つのスクリーンが一定の速度で RSM 上空を通過し続けることは考えにくく，現実には複数のスクリーンが入れ代りながら異なる速度で通過しているはずである．したがって，8192 秒間にわたる平均流速を求めることができないと考え図 5 の横軸は周波数のままで示すが，波数に比例していると見ることができる．

図 5 の縦軸は大気の乱流エネルギースペクトル $E(k)$ に比例していると考えられる．通常，$E(k)$ を表す単位として $\mathrm{m^2\ s^{-1}} \equiv \left(\mathrm{m\ s^{-1}}\right)^2\ \mathrm{Hz^{-1}}$ を用いるが，図 5 の縦軸は位相データのパワースペクトル密度を表し，単位は $\mathrm{deg^2\ Hz^{-1}}$ であって $E(k)$ とは異なるので絶対値は不明である．図 5 の各グラフを観察すると，図 5 (a) の 10:50〜12:00 と図 (b) の 0.01 Hz 付近が $E(k) \propto k^{-5/3}$ であり，図 (a) の 13:10〜16:10 および図 (c) の 0.01 Hz 前後が $E(k) \propto k^{-3}$ である．そして，図 5 (a),(b),(d) では勾配が急増（エネルギーが急減）している部分（$f \approx 0.03$ Hz）が観られる．これらの事実から，図 5 は対流圏大気に対する乱流エネルギースペクトルを表していると推定される．

乱流エネルギースペクトルは，エネルギー保有領域（energy containing range）と慣性領域（inertial range），エネルギー散逸領域（energy dissipative range）に分けられる．エネルギー保有領域は外部からエネルギーが注入される領域であるが図 5 では見えていない．慣性領域のエネルギー $E(k)$ が波数 k に対してコルモゴロフの $-5/3$ 乗則（Kolmogorov's minus five-thirds law）に従う場合は三次元乱流場となっていることを示唆し，$E(k) \propto k^{-3}$ の場合は二次元乱流場を示していると考えられる．エネルギー散逸領域で乱流の運動エネルギーが熱エネルギーとして散逸される．

エネルギースペクトルも前節で示した観測期間の位相データに対して，各正時毎に開始し連続して 8192 点採れる場合の 392 例（と部分的に図 5

に示すように 10 分ごとに連続した多数）のグラフを作った．これらのグラフを観察したところ，$f \approx 0.03$ Hz で勾配が急増しているのは普遍的に見られた特徴であったので，これ以上の周波数部分を本報告ではエネルギー散逸領域と呼ぶ．しかし，実際にはもっと高い周波数まで慣性領域が継続している可能性は多分にあると考えられる．

慣性領域における勾配から，対流圏大気の乱流場が三次元的か二次元的かの分別を行ってみた．判断しにくい場合が大半であったが，いずれか一方に決めたところ，全体の約 60 %が三次元的であり約 40 %が二次元的となった．充分な検討は未だであるが，これらの違いは，現地時間や地上付近の風向・風速などとの簡単な相関などは見つかっていない．これは今後の課題である．しかし，乱流エネルギースペクトルの観察から三次元的か二次元的かの判定ができる可能性がでてきた．

図 5 をプロットしたことによる，本報告の目的に対する，最も大きな貢献は $f \gtrapprox 0.03$ Hz の部分である．この領域は対流圏大気の乱流運動のエネルギーが全くないか，ほとんど残存しないはずであるから，対流圏以外の領域によるバックグランドノイズであると考えられる．図 5 (c),(d) は高速現象が出現しているときのエネルギースペクトルである．このときは共に，$0.03 \lessapprox f \lessapprox 0.1$ Hz は水平であるが，$f \gtrapprox 0.1$ Hz では $E(k) \propto k^{-1}$ 前後の勾配となっている．

図 5 (c) では時間の経過に伴い全体的にエネルギーが低下する中でこのスペクトル形状が低下せずに残った場合，図 (d) では 20:00 以降に 0.1 Hz 付近のエネルギーが上昇して上記のスペクトル形状を保っていた場合である．発生状況が異なっていても，保たれているスペクトル形状は高速現象が発生している場合に固有な特徴を持っている．したがって，エネルギースペクトルのこの特徴的なパターンが高速現象の運動のシステムに対する特性を示唆していると考えられる．

また，日中において $f \gtrapprox 0.1$ Hz の領域のエネルギーは，ほぼ一定であり白色雑音的な背景となっている（図 5 (a),(b)）．勾配を持ったスペクトルが，なめらかに水平領域に接続していることや，パワーが 10 dB（10 倍）程度も時々刻々と変動していることから，この背景雑音も装置由来ではなく電離圏の現象の反映と考えられる．すなわち，日中と夜間に関わらず，この周波数領域は電離圏の情報を伝えている．これは乱流としても全く無秩序な運動ではないように思われる．

高速現象が出現しているときの $f \approx 0.1$ Hz 付近のスペクトルパターンは常に同じような形で普遍的である．そこで，これを 2 節で考察した伝達関数とは異なり，一般的な意味の伝達関数をもつ大気のシステムに対する出力信号のパワースペクトルと考えてみる．ただし，いまのところ伝達関数や入力信号とも具体的な関数形やパラメータは不明である（が，入力信号の周波数依存性は f^0 か $f^{\pm 1}$ 程度の単純なものと仮定する）．すると，$f_c \approx 0.1$ Hz と見ることができる．$f > f_c$ で $E(f) \propto f^{-1}$ 程度で，$E(f_c)$ は上に凸のピークが顕著には見られないという特徴がある．

伝達関数における切点周波数 f_c は固有振動数（natural frequency）や共振周波数（resonant frequency）を示している．高速現象は電離層 F 層下部境界面のゆらぎに由来する考えられるが，この運動に対して粘性摩擦による抵抗力が強く働くとは考えにくい．その場合，安定なシステムでは伝達関数が二次（共振周波数が二つ）以上で表される場合は上に凸のピークが表れるはずである．ところが図 5 (c),(d) には顕著なピークがないことから，伝達関数における周波数 0.1 Hz 付近の特性として一次遅れ要素（first order lag element）を示す（固有振動がひとつの）システムであることが推定される．

以上，対流圏大気の乱流エネルギースペクトルという明瞭なパターンが顕われたことにより，これが指標となって高速現象がバックグランドノイズからシグナルとして浮上してきたといえる．その結果として，対流圏のスクリーンが示す現象と電離圏の擾乱である高速現象は周波数帯域が分離されて観察され，高速現象の出現を観測的にリアルタイムに同定する可能性が見えてきたといえる．

4．対流圏大気乱流場の同定

対流圏大気の乱流場に対するシステム同定を行う．ただし，原理的に乱流現象に対する定量的な伝達関数の記述は不可能であるから，図 5 を参考として定性的な傾向を述べるに留まる．

初めに，エネルギースペクトル方程式[9,10]

$$\frac{\partial}{\partial t}E(k,t) = -2\nu k^2 E(k,t) + T(k,t) + F(k,t) \quad (6)$$

を導入する．ここに，$E(k,t)$ m^3 s^{-2} はエネルギースペクトル関数，$T(k,t)$ m^3 s^{-3} はエネルギー伝達関数，$F(k,t)$ m^3 s^{-3} は外力（によるエネルギー入力）であり，ν m^2 s^{-1} は動粘性係数，k m^{-1} は

波数，t s は時間である．また，

$$\int_0^\infty T(k,t)dk = 0 \tag{7}$$

という条件が課される．

式 (6),(7) は乱流エネルギーの保存方程式を波数空間でのエネルギーの流れを理解するための表現である．詳細に関しては参考文献を参照されたい．式 (6) は，また，エネルギースペクトルの時間発展を記述した方程式でもある．

まず，エネルギースペクトル関数 $E(k,t)$ が時間的に変化せずに一定である場合を考える．すなわち，

$$F(k,t) + T(k,t) - D(k,t) \approx 0. \tag{8}$$

ただし，$D(k,t) = 2\nu k^2 E(k,t)$ m^3 s^{-3} は散逸スペクトル関数である．式 (8) は式 (6) の右辺の各項の合計がつり合うことであり，外力からのエネルギー注入とエネルギー散逸が等しくなっていることを示すと考えられる．

このときのエネルギースペクトル関数の定性的なイメージは図６の左列・上段に示すスペクトル形状となっていて，低波数部分に外力 $F(k,t)$ により注入されたエネルギーがエネルギー伝達関数 $T(k,t)$ によって高波数側へ流されて，エネルギー散逸関数 $-D(k,t)$ により散逸されてゆく状態が定常に保たれていると考えられる．そして，伝達関数は図６左列・下段のように折点がない概形になり，その一例が図３ (a) であると考えられる．

大気中の乱流運動におけるエネルギー供給は，現実的に，断続的に行われているものと考えられる．いま，エネルギー入力 $F(k,t) = 0$ となった瞬間からわずかな時間が経った $t = t'$ におけるエネルギースペクトル $E(k,t')$ を考えると，

$$\frac{\partial}{\partial t}E(k,t') = T(k,t') - D(k,t') \tag{9}$$

で，$T(k,t')$ により低波数領域のエネルギーが高波数側へ運ばれるので低波数領域で $E(k,t')$ の減少が起こる．これに対し，高波数領域ではエネルギー散逸が生じるとともに $E(k,t')$ は一般に増加する [9]．この場合のエネルギースペクトルは図６中央列・上段のように変形することになり，伝達関数は上へ折れる（図６中央列．下段）．例として図３ (b) が掲げられる．

さらに時間が経過して $t = t''$, $t'' > t'$ においてエネルギー減衰の末期となったとき，

$$\frac{\partial}{\partial t}E(k,t'') = -2\nu k^2 E(k,t'') \tag{10}$$

となる．式 (10) は直ちに積分できて

$$E(k,t'') = E(k,t')e^{-2\nu k^2 t''} \tag{11}$$

を得る [10]．エネルギー減衰は波数 k の増加とともに急速に増大する（図６右列・上段）．この場合の伝達関数は下に向って折れて（図６右列・下段），図３ (c) のようになると想像される．

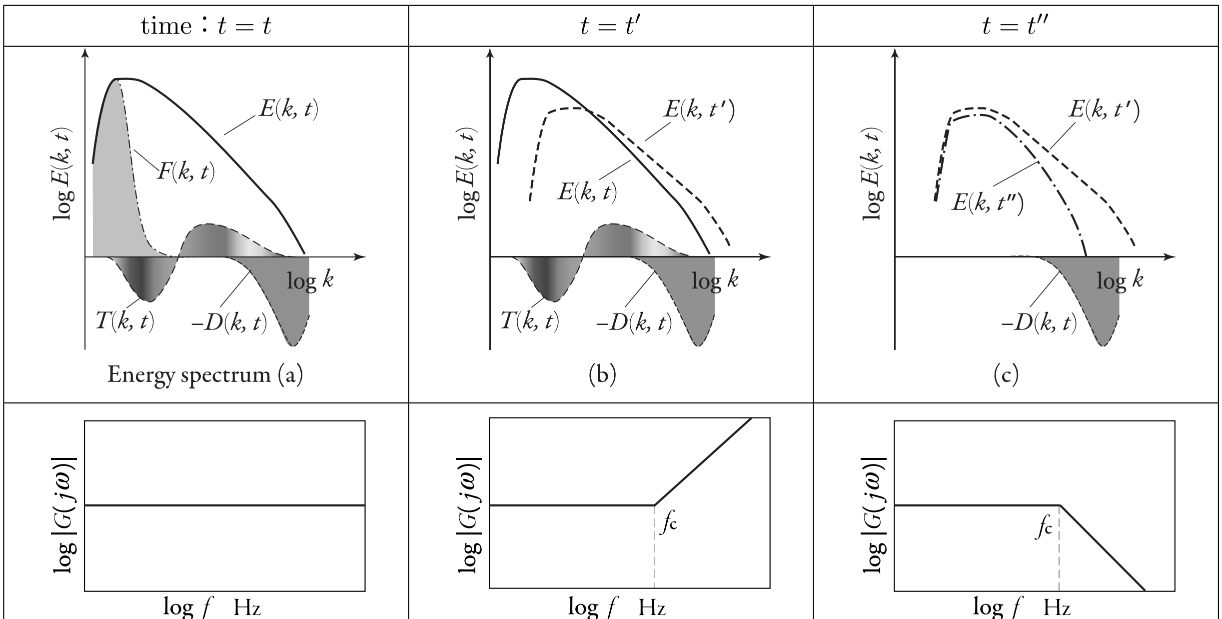


図６　**Energy spectrum function and Transfer function.**
エネルギースペクトル関数と伝達関数.

以上の議論は，対流圏の乱流場が三次元的である場合で，低波数領域から高波数領域へエネルギーカスケードしていることを想定している．二次元乱流の場合はエネルギーが高波数部から低波数領域へ伝達される[11]のであるが，観測された伝達関数は図３ (a)〜(c) と同様であり，エネルギースペクトルも図５ (a) の 13:10〜16:10 と図 (c) となって概形としては三次元乱流場の場合と大差ない．これと，図３ (c) の例が少ない点など，本節の議論で統一的に説明できるのかさらに検討が必要である．

ここでは図３の結果を説明するための，ひとつの解釈を示したものであり，ほかの可能性の追求には対流圏における大気の乱流運動に対する詳細かつ専門的な知識が必要である．

５．電離層境界面ゆらぎの同定

高速現象は電離層境界面のゆらぎを観測したものと考えられ，これは全く無秩序なものではなく，固有のパラメータがひとつ程度の簡単な力学システムで伝達関数を同定できるのではないかと予想される（２，３節）．ここまでの伝達関数やエネルギースペクトルなど，新たな情報の蓄積により，高速現象に対する詳細な力学モデルを記述できる条件はそろった．この際，分散関係の解析[2]から高速現象の候補と考えられている外部重力波に対する解析が残されていた．そこで，本節では外部重力波のモデル化によりシステム同定できるか検討する．

５．１　自由振動

電離層 F 層の下部境界面に生じるゆらぎを外部重力波の自由振動問題として解析する．運動方程式は前報[2]の式 (5)〜(7) を用いる．再掲すると

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla\cdot(n_j \boldsymbol{v}_j) = 0, \tag{12}$$

$$m_j n_j \left[\frac{\partial \boldsymbol{v}_j}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_j\cdot\nabla)\,\boldsymbol{v}_j\right] = q_j n_j \left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}_j \times \boldsymbol{B}\right)$$
$$-\nabla p_j + m_j n_j \boldsymbol{g} - n_j m_j \nu_{j\mathrm{n}} \left(\boldsymbol{v}_j - \boldsymbol{v}_\mathrm{n}\right), \tag{13}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{B} = \mu_0 \left(\boldsymbol{J} + \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}\right). \tag{14}$$

ただし，

$$\boldsymbol{J} = n_\mathrm{i} q_\mathrm{i} \boldsymbol{v}_\mathrm{i} + n_\mathrm{e} q_\mathrm{e} \boldsymbol{v}_\mathrm{e},$$
$$\varepsilon = \frac{n_\mathrm{i} m_\mathrm{i} + n_\mathrm{e} m_\mathrm{e}}{B^2} + \varepsilon_0 \approx \frac{nM}{B^2}.$$

ここに，m_j kg は電離気体粒子の質量であり，下付添字は $j = \mathrm{i}$ のときイオン，$j = \mathrm{e}$ のとき電子を

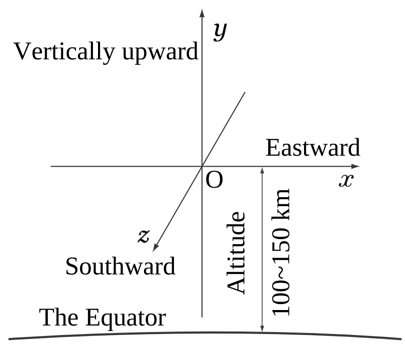


図７　**Coodinate system**

表す．n_j m^{-3} は電離気体粒子の数密度，$\boldsymbol{v}_j$ $\mathrm{m\ s}^{-1}$ は電離気体速度，q_j C は電離気体の電荷，$\boldsymbol{E}$ V m^{-1} は電界，$\boldsymbol{B}$ T は磁束密度，p_j Pa は電離気体圧力，$\boldsymbol{g}$ $\mathrm{m\ s}^{-2}$ は重力加速度，$\nu_{j\mathrm{n}}$ s^{-1} は電離気体粒子–中性気体粒子衝突周波数，$\boldsymbol{v}_\mathrm{n}$ $\mathrm{m\ s}^{-1}$ は中性気体速度，μ_0 N A^{-2} は真空の透磁率であり，ε_0 F m^{-1} は真空の誘電率である．

座標系と運動の場の定義も前報[2]の図３と図１１であり，再掲して図７，図８とする．ここでも $\boldsymbol{B}$ 以外の変数と定数は $\{x, y\}$ 面（赤道面）内に限られるので二次元問題とする．よって $\nabla = (\partial/\partial x)\hat{\boldsymbol{x}} + (\partial/\partial y)\hat{\boldsymbol{y}}$ である．$\{\hat{\boldsymbol{x}}, \hat{\boldsymbol{y}}, \hat{\boldsymbol{z}}\}$ は $\{x, y, z\}$ 座標の単位ベクトルである．

イオンは一種類とする．よって $n = n_\mathrm{i} = n_\mathrm{e}$ である．非圧縮性流体と仮定するので，$n = \bar{n} + n' = \bar{n} = \mathrm{const.}$ 地球磁場を一定とし $\boldsymbol{B} = \bar{\boldsymbol{B}} + \boldsymbol{B}' = \bar{\boldsymbol{B}} \equiv -B\hat{\boldsymbol{z}}$．境界面のゆらぎによって生じる電界は $\boldsymbol{E} = \bar{\boldsymbol{E}} + \boldsymbol{E}' = \boldsymbol{E}' \equiv E_x \hat{\boldsymbol{x}}$ とする．電離気体の速度ベクトルは $\boldsymbol{v}_j = \bar{\boldsymbol{v}}_j + \boldsymbol{v}'_j = \boldsymbol{v}'_j$ である．中性気体は静止し続けているものとして $\boldsymbol{v}_\mathrm{n} = 0$ とする．以上の主流の場の量に (¯)，摂動の場の量に (′) を付して表示する．

運動の場は渦なしであると仮定する．すると速度ポテンシャル $\varPhi_j(x, y, t)$ $\mathrm{m^2\ s}^{-1}$ が存在するので

$$\boldsymbol{v}'_j = \nabla \varPhi_j$$

である．よって，式 (12) から

$$\nabla^2 \varPhi_j = 0. \tag{15}$$

式 (13) は

$$\boldsymbol{v}'_j \times \left(\nabla\times\boldsymbol{v}'_j\right) = \nabla\left(\frac{\partial \varPhi_j}{\partial t} + \frac{v'^2_j}{2} + gy\right.$$
$$\left. + \frac{p_j}{m_j n_j} + \frac{q_j}{m_j}\varPhi' - \frac{q_j B}{m_j}\Psi_j + \nu_{j\mathrm{n}}\varPhi_j\right)$$

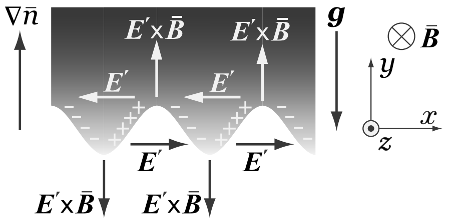


図８　**Ionospheric boundary**

と書き換えられる．ただし，

$$\left(\boldsymbol{v}'_j\cdot\nabla\right)\boldsymbol{v}'_j=\nabla\left(\frac{v'^2_j}{2}\right)-\boldsymbol{v}'_j\times\left(\nabla\times\boldsymbol{v}'_j\right)$$

と変形し，$\boldsymbol{g}=-g\hat{\boldsymbol{y}}$ であり，電界 $\boldsymbol{E}'$ に対してもポテンシャル Φ' V を考え

$$\boldsymbol{E}'=-\nabla\Phi'.$$

Ψ_j $\mathrm{m^2\ s^{-1}}$ は流れ関数

$$\boldsymbol{v}'_j=\frac{\partial\Psi_j}{\partial y}\hat{\boldsymbol{x}}-\frac{\partial\Psi_j}{\partial x}\hat{\boldsymbol{y}}\equiv u_j\hat{\boldsymbol{x}}+v_j\hat{\boldsymbol{y}}$$

であり，

$$-\nabla\Psi_j=-\left(\frac{\partial\Psi_j}{\partial x}\hat{\boldsymbol{x}}+\frac{\partial\Psi_j}{\partial y}\hat{\boldsymbol{y}}\right)=\begin{vmatrix}\hat{\boldsymbol{x}} & \hat{\boldsymbol{y}} & \hat{\boldsymbol{z}}\\ \dfrac{\partial\Psi_j}{\partial y} & -\dfrac{\partial\Psi_j}{\partial x} & 0\\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix}$$
$$=\boldsymbol{v}'_j\times\hat{\boldsymbol{z}}.$$

これに $-B=\hat{\boldsymbol{z}}\cdot\bar{\boldsymbol{B}}$ を掛けると $-B\boldsymbol{v}'_j\times\hat{\boldsymbol{z}}=\boldsymbol{v}'_j\times(-B\hat{\boldsymbol{z}})=\boldsymbol{v}'_j\times\bar{\boldsymbol{B}}$ となる．

渦なしを仮定しているので $\nabla\times\boldsymbol{v}'_j=0$ である．よって式 (13) は結局，

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\nu_{j\mathrm{n}}\right)\Phi_j+\frac{v'^2_j}{2}+gy+\frac{p_j}{m_jn_j}$$
$$+\omega_{\mathrm{c}j}\left(\frac{\Phi'}{B}-\Psi_j\right)=F(t).$$

これは電離気体に対する圧力方程式である．ただし，$F(t)$ は積分定数であり $\omega_{\mathrm{c}j}=(q_jB)/m_j$ $\mathrm{s^{-1}}$ はサイクロトロン周波数である．ここに，$q_\mathrm{i}=+e$, $q_\mathrm{e}=-e$ である（e C は電気素量）．

電離層境界面 $y=\eta_j$ では $p_j=p_{j0}$ であるから，上式は

$$\eta_j=-\left(\frac{\partial}{\partial t}+\nu_{j\mathrm{n}}\right)\frac{\Phi_j}{g}-\frac{1}{2g}\left(\nabla\Phi_j\right)^2$$
$$-\frac{\omega_{\mathrm{c}j}}{g}\left(\frac{\Phi'}{B}-\Psi_j\right).\quad(16)$$

ただし，$F(t)=p_{j0}/(m_jn_j)$ と選んだ．

境界面は自由表面であり，その関数形が $y_j=\eta_j(x,t)$ とすると

$$\frac{dy_j}{dt}=v_j=\frac{\partial\eta_j}{\partial t}+u_j\frac{\partial\eta_j}{\partial x}$$

であるから

$$\frac{\partial\Phi_j}{\partial y}=\frac{\partial\eta_j}{\partial t}+\frac{\partial\Phi_j}{\partial x}\frac{\partial\eta_j}{\partial x}.\quad(17)$$

式 (16),(17) の η_j が $y=0$ の近傍で無限小振幅の波動を表す場合，二次以上の項を省略する．その上で，二式から η_j を消去すると

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\nu_{j\mathrm{n}}\frac{\partial}{\partial t}+g\frac{\partial}{\partial y}\right)\Phi_j+\omega_{\mathrm{c}j}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\Phi'}{B}-\Psi_j\right)=0.\quad(18)$$

式 (14) の x 成分から

$$ne\frac{\partial\Phi_\mathrm{i}}{\partial x}-ne\frac{\partial\Phi_\mathrm{e}}{\partial x}-\varepsilon\frac{\partial^2\Phi'}{\partial t\partial x}=0.\quad(19)$$

以上から，Φ_j, Φ', Ψ_j に対して $y>0$ において式 (15),(19) と $y=0$ において式 (18) を解く．また，$y\leftarrow+\infty$ において $\Phi_j\neq\pm\infty$（有限）であることも必要である．まず，

$$\frac{\partial\Phi_j}{\partial x}=\frac{\partial\Psi_j}{\partial y},\qquad\frac{\partial\Phi_j}{\partial y}=-\frac{\partial\Psi_j}{\partial x}.$$

の関係のうち前者を用いて式 (18) から Ψ_j を消去しておく，

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\nu_{j\mathrm{n}}\frac{\partial}{\partial t}+g\frac{\partial}{\partial y}\right)\frac{\partial\Phi_j}{\partial y}$$
$$-\omega_{\mathrm{c}j}\frac{\partial^2\Phi_j}{\partial t\partial x}+\frac{\omega_{\mathrm{c}j}}{B}\frac{\partial^2\Phi'}{\partial t\partial y}=0.\quad(20)$$

方程式を解くために

$$\Phi_\mathrm{i}=\varphi_\mathrm{i}(y)e^{i(kx-\omega t)},$$
$$\Phi_\mathrm{e}=\varphi_\mathrm{e}(y)e^{i(kx-\omega t)},$$
$$\Phi'=\phi'(y)e^{i(kx-\omega t)}$$

と置く．ここに，i は虚数単位である．

式 (15),(19),(20) に代入すると，

$$\frac{d^2\varphi_\mathrm{i}}{dy^2}-k^2\varphi_\mathrm{i}=0,\quad(21)$$

$$\frac{d^2\varphi_\mathrm{e}}{dy^2}-k^2\varphi_\mathrm{e}=0,\quad(22)$$

$$ikne\varphi_\mathrm{i}-ikne\varphi_\mathrm{e}-\varepsilon\omega k\phi'=0,\quad(23)$$

$$\left(-\omega^2-i\omega\nu_\mathrm{in}\right)\frac{d\varphi_\mathrm{i}}{dy}+g\frac{d^2\varphi_\mathrm{i}}{dy^2}$$
$$-\Omega_\mathrm{c}\omega k\varphi_\mathrm{i}-i\frac{\Omega_\mathrm{c}\omega}{B}\frac{d\phi'}{dy}=0,\quad(24)$$

$$-\omega^2\frac{d\varphi_\mathrm{e}}{dy}+g\frac{d^2\varphi_\mathrm{e}}{dy^2}$$
$$+\omega_\mathrm{c}\omega k\varphi_\mathrm{e}+i\frac{\omega_\mathrm{c}\omega}{B}\frac{d\phi'}{dy}=0.\quad(25)$$

ただし，$\Omega_\mathrm{c} = \omega_\mathrm{ci}$，$\omega_\mathrm{c} = -\omega_\mathrm{ce}$ であり，$\nu_\mathrm{en} = 0$ としている．

式 (21),(22) を解くと

$$\varphi_\mathrm{i} = C_1 e^{ky} + C_2 e^{-ky},$$
$$\varphi_\mathrm{e} = C_3 e^{ky} + C_4 e^{-ky}.$$

$y \leftarrow +\infty$ で φ_i，φ_e が有限であるために $C_1 = C_3 = 0$ である．よって

$$\varphi_\mathrm{i} = C_2 e^{-ky}, \qquad \mathit{\Phi}_\mathrm{i} = C_2 e^{-ky} e^{i(kx-\omega t)}, \tag{26}$$
$$\varphi_\mathrm{e} = C_4 e^{-ky}, \qquad \mathit{\Phi}_\mathrm{e} = C_4 e^{-ky} e^{i(kx-\omega t)}. \tag{27}$$

式 (23),(26),(27) から

$$\begin{aligned} \phi' &= \frac{ine}{\varepsilon\omega}\left(C_2 - C_4\right) e^{-ky}, \\ \mathit{\Phi}' &= \frac{iB}{\Omega_\mathrm{c}\omega}\left(C_2 - C_4\right) e^{-ky} e^{i(kx-\omega t)}. \end{aligned} \tag{28}$$

式 (24)〜(27) から $y = 0$ で

$$\left(\omega^2 + i\nu_\mathrm{in}\omega - \Omega_\mathrm{c}\omega - \Omega_\mathrm{c}^2 + gk\right) C_2 + \Omega_\mathrm{c}^2 C_4 = 0, \tag{29}$$

$$\omega_\mathrm{c}\Omega_\mathrm{c} C_2 + \left(\omega^2 + \omega_\mathrm{c}\omega - \omega_\mathrm{c}\Omega_\mathrm{c} + gk\right) C_4 = 0. \tag{30}$$

ただし，$ne/(\varepsilon B) = \Omega_\mathrm{c}$ である．式 (29),(30) が共に成立し $C_2 \neq 0$, $C_4 \neq 0$ であるためには係数行列式がゼロでなければならないから，

$$\begin{aligned} &\left(\omega^2 + i\nu_\mathrm{in}\omega - \Omega_\mathrm{c}\omega - \Omega_\mathrm{c}^2 + gk\right) \\ &\quad \times \left(\omega^2 + \omega_\mathrm{c}\omega - \omega_\mathrm{c}\Omega_\mathrm{c} + gk\right) - \omega_\mathrm{c}\Omega_\mathrm{c}^3 = 0. \end{aligned} \tag{31}$$

式 (31) を ω について厳密に解くと簡単な式では表されない．パラメータとして

$$10^{-2} \lessapprox \omega \lessapprox 10^{1/2}\ \mathrm{s}^{-1},$$
$$3 \times 10^{-5} \lessapprox k \lessapprox 10^{-2}\ \mathrm{m}^{-1},$$
$$\omega_\mathrm{c} \approx 4.4 \times 10^6\ \mathrm{s}^{-1}, \quad \Omega_\mathrm{c} \approx 150\ \mathrm{s}^{-1},$$
$$\nu_\mathrm{in} \approx 10\ \mathrm{s}^{-1}, \quad g = 9.8\ \mathrm{m\ s}^{-2}$$

を考慮して近似的に解くと

$$\omega \approx i\frac{gk}{\nu_\mathrm{in}} \tag{32}$$

という分散関係式を得る．ω の虚部が正であるから不安定であることが分かった．これもレイリー・テイラー不安定性である．また，前報[2)]で示した不安定性の成長率

$$\gamma = \Im\mathrm{m}[\omega] \approx \frac{g}{\nu_\mathrm{in}} \frac{d\bar{n}/dy}{\bar{n}}$$

とよく似た形となった．

5．2　強制振動

自由振動の解 (26)〜(28) は係数が定まっておらず，$\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$ ドリフト[2)]との関係も明確でない．そこで，直接的に $\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$ ドリフトとの関係を調べるために，電離層境界面にゆらぎが生じたために電界 $\boldsymbol{E}'$ V m^{-1} が誘導されたと考え，これによって引起される電離気体の運動を解析する．

今度は電界を

$$\boldsymbol{E} = \bar{\boldsymbol{E}} + \boldsymbol{E}' = \boldsymbol{E}' \equiv \tilde{\boldsymbol{E}} = \tilde{E}\hat{\boldsymbol{x}}$$

とおいて，

$$\tilde{\boldsymbol{E}} = -\nabla\tilde{\mathit{\Phi}}$$

とする．すなわち，摂動の電界 $\boldsymbol{E}'$ を所与の電界 $\tilde{\boldsymbol{E}}$ として，電位 $\tilde{\mathit{\Phi}}$ V から誘導されるものとする．

解くべき方程式は式 (15) と式 (19) に相当する

$$ne\frac{\partial\mathit{\Phi}_\mathrm{i}}{\partial x} - ne\frac{\partial\mathit{\Phi}_\mathrm{e}}{\partial x} = \varepsilon\frac{\partial^2\tilde{\mathit{\Phi}}}{\partial t\partial x} \tag{33}$$

と，式 (20) から $y = 0$ において

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nu_{j\mathrm{n}}\frac{\partial}{\partial t} + g\frac{\partial}{\partial y}\right)\frac{\partial\mathit{\Phi}_j}{\partial y} \\ &\qquad - \omega_{\mathrm{c}j}\frac{\partial^2\mathit{\Phi}_j}{\partial t\partial x} = -\frac{\omega_{\mathrm{c}j}}{B}\frac{\partial^2\tilde{\mathit{\Phi}}}{\partial t\partial y} \end{aligned} \tag{34}$$

である．ここでも

$$\mathit{\Phi}_\mathrm{i} = \varphi_\mathrm{i}(y) e^{i(kx-\omega t)}, \quad \mathit{\Phi}_\mathrm{e} = \varphi_\mathrm{e}(y) e^{i(kx-\omega t)}$$

と置く．$\tilde{\mathit{\Phi}}$ は $\tilde{\phi}$ を定数として

$$\tilde{\mathit{\Phi}} = \tilde{\phi} e^{-ky} e^{i(kx-\omega t)}.$$

式 (15) から前節と同じく

$$\varphi_\mathrm{i} = C_5 e^{-ky}, \tag{35}$$
$$\varphi_\mathrm{e} = C_6 e^{-ky}. \tag{36}$$

式 (33),(35),(36) から

$$C_5 - C_6 = -i\frac{\omega\tilde{\phi}}{\Omega_\mathrm{c} B}. \tag{37}$$

式 (34)〜(36) より

$$C_5 = -i\frac{\Omega_\mathrm{c}\tilde{\phi}}{B}\frac{\omega}{\omega^2 - \Omega_\mathrm{c}\omega + i\nu_\mathrm{in}\omega + gk}, \tag{38}$$

$$C_6 = i\frac{\omega_\mathrm{c}\tilde{\phi}}{B}\frac{\omega}{\omega^2 + \omega_\mathrm{c}\omega + gk}. \tag{39}$$

式 (37)〜(39) から

$$\begin{aligned} &\frac{\Omega_\mathrm{c}}{\omega^2 - \Omega_\mathrm{c}\omega + i\nu_\mathrm{in}\omega + gk} \\ &\qquad + \frac{\omega_\mathrm{c}}{\omega^2 + \omega_\mathrm{c}\omega + gk} = \frac{1}{\Omega_\mathrm{c}}. \end{aligned} \tag{40}$$

式 (40) も ω に対して四次方程式で複雑であるが，gk に関しては二次式となる．

$$g^2k^2 + \left(2\omega^2 + \omega_c\omega + i\nu_{in}\omega - \Omega_c\omega - \Omega_c^2 - \omega_c\Omega_c\right)gk + \omega^4 + (\omega_c + i\nu_{in} - \Omega_c)\,\omega^3 + \left(i\nu_{in}\omega_c - 2\omega_c\Omega_c - \Omega_c^2\right)\omega^2 - i\nu_{in}\omega_c\Omega_c\omega = 0.$$

gk について解くと

$$gk = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \tag{41}$$

ここに，

$$a = 1,$$
$$b = 2\omega^2 + \omega_c\omega + i\nu_{in}\omega - \Omega_c\omega - \Omega_c^2 - \omega_c\Omega_c,$$
$$c = \omega^4 + (\omega_c + i\nu_{in} - \Omega_c)\,\omega^3 + \left(i\nu_{in}\omega_c - 2\omega_c\Omega_c - \Omega_c^2\right)\omega^2 - i\nu_{in}\omega_c\Omega_c\omega.$$

式 (38),(39) で積分定数が確定しているので，

$$\Phi_i = -i\frac{\tilde{\phi}}{B}\frac{\Omega_c\omega}{\omega^2 - \Omega_c\omega + i\nu_{in}\omega + gk}e^{-ky}e^{i(kx-\omega t)}, \tag{42}$$

$$\Phi_e = i\frac{\tilde{\phi}}{B}\frac{\omega_c\omega}{\omega^2 + \omega_c\omega + gk}e^{-ky}e^{i(kx-\omega t)}. \tag{43}$$

式 (42),(43) から速度を求めると

$$u_i = i\frac{\tilde{E}}{B}\frac{\Omega_c\omega}{\omega^2 - \Omega_c\omega + i\nu_{in}\omega + gk}e^{-ky}e^{i(kx-\omega t)}, \tag{44}$$

$$v_i = -\frac{\tilde{E}}{B}\frac{\Omega_c\omega}{\omega^2 - \Omega_c\omega + i\nu_{in}\omega + gk}e^{-ky}e^{i(kx-\omega t)}, \tag{45}$$

$$u_e = -i\frac{\tilde{E}}{B}\frac{\omega_c\omega}{\omega^2 + \omega_c\omega + gk}e^{-ky}e^{i(kx-\omega t)}, \tag{46}$$

$$v_e = \frac{\tilde{E}}{B}\frac{\omega_c\omega}{\omega^2 + \omega_c\omega + gk}e^{-ky}e^{i(kx-\omega t)}. \tag{47}$$

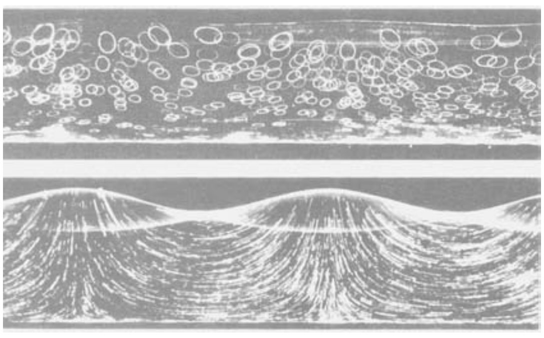


図９　**Water wave.**[12]

外部重力波の例としての水波．

上段：進行波．一周期の波が通過する際，流体粒子は一回転する．下段：定在波．波の腹の部分で垂直，節を中心に大部分では水平運動する．丸善（株）出版事業部による許諾のもとに転載．

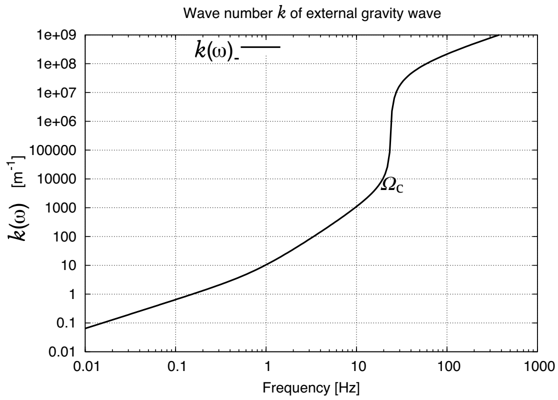


図１０　**Wave number of external gravity wave.**

波数 $k(\omega)$ と周波数 $f = \omega/(2\pi)$ の関係．

ただし，$\tilde{E} = -ik\tilde{\phi}$ である．gk には式 (41) で与えられた分散関係式を用いる．

式 (44)〜(47) では u_j と v_j の振幅は共通であり，位相が 90° 異なっているのみである．この波動は，これもまた外部重力波の一種である水波[12] の進行波と類似した運動を行う（図９）．

６．ディスカッション

式 (41) における複号のうち負号を採って波数 $k = k(\omega)$ の絶対値を表すと図１０が得られる．この $k(\omega)$ を用いて式 (44)〜(47) の絶対値を計算した．これは速度の振幅であり，その周波数特性を図１１に示す．速度の大きさは，$\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$ ドリフトの速度である $\tilde{E}/B$ m s^{-1} を単位に表示されている．イオンと電子の特性曲線が大きく折れ曲がるのはイオンサイクロトロン周波数 Ω_c の辺りである．パラメータは $\Omega_c = 150$ s^{-1}, $\omega_c = 4.4\times10^6$ s^{-1}, $\nu_{in} = 10$ s^{-1}, $g = 9.8$ m s^{-2} を使った．

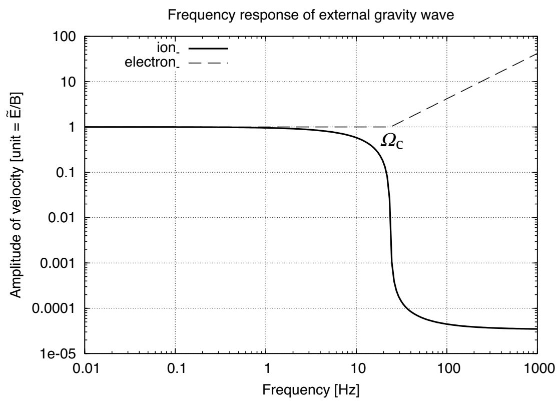


図１１　**Frequency responce of velocity amplitude characteristics.**

外部重力波の速度振幅の周波数特性．

図１１は電離層境界面のゆらぎの運動を線型システムと仮定して解析し，これに対する入力信号 $X(i\omega)$ として分極によって生じる電界 $\tilde{E}(i\omega)$ を与え，ゆらぎの速度場の振幅 $|u_\mathrm{i}| = |v_\mathrm{i}|$, $|u_\mathrm{e}| = |v_\mathrm{e}|$ を出力信号 $Y(i\omega)$ としたときの $Y(i\omega)$ をプロットしたものである．したがって，式 (44)〜(47) は

$$Y(i\omega) = G(i\omega)X(i\omega) \tag{48}$$

という形式に整理される．$G(i\omega)$ の具体的な関数形は式 (44)〜(47) から明瞭である．

本節では，図５ (c),(d) に表れた電離圏の擾乱に由来する高速現象が出現した際の特徴的なパターンに対するシステム同定を行う．

一般に線型システムにおける，出力信号のパワースペクトル $W_{yy} = Y^*Y$ は伝達関数 $G(i\omega)$ と入力信号のパワースペクトル W_{xx} を用いて

$$W_{yy} = |G|^2 W_{xx} \tag{49}$$

である [13)]．

ここで，入力 $X(i\omega)$ を不規則信号における白色雑音のようにスペクトルの振幅が周波数によらず常に１である場合を想定すると，出力の振幅 $|Y(i\omega)| = |G(i\omega)X(i\omega)| = |G(i\omega)|$ となる．もし，図５に示された結果がそのように考えられるのであれば $W_{yy} = |G(i\omega)|^2$ を観測したことになる．

$|X(i\omega)| = 1$ の信号は単位インパルス関数 $\delta(t)$ であればよい．単位インパルス関数は

$$\delta(t) = \infty \quad \mathrm{at} \quad t = 0, \qquad \delta(t) = 0 \quad \mathrm{at} \quad t \neq 0,$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) = 1$$

と定義される．入力信号 $x(t) = \delta(t)$ であると仮定することは，電離層における電波観測への影響がホワイトノイズのインプットとして行われると考えていることになる．そして，これは図５ (a),(b) の日中において高速現象が出現していない場合の $f \approx 0.1$ Hz 付近のスペクトルと矛盾がない．

そうすると，式 (44)〜(47) において $G(i\omega) = |u_\mathrm{i}|/\tilde{E}, \cdots$（あるいは，$\tilde{E} = 1$ とおく）を表した図１１（を自乗したもの）と図５ (c),(d) は比較が可能となる．見較べたところ，図１１のイオンの振幅特性が $f \gtrsim 1$ Hz では漸減しており，図５ (c),(d) の $f \gtrsim 0.1$ Hz と定性的な傾向が合っているように見える．しかし図５と図１１では振幅が逓減し始める周波数が異なっており，定量的に一致しているとは言い難い．

前節では電離層境界面付近の物理的な実体に沿った近似により力学的な解析を実施したのであり，

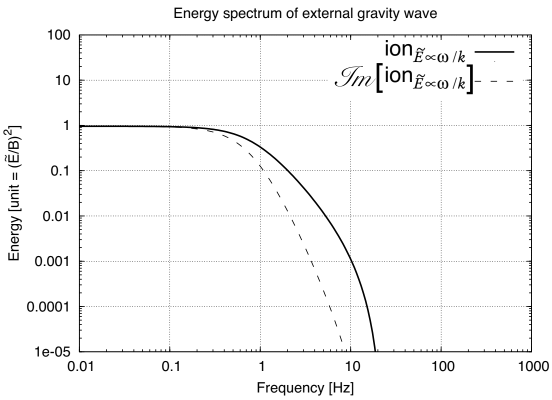


図１２　**Energy spectrum of external gravity wave.**
外部重力波のエネルギースペクトル．

これが全くの見当外れでなければ若干の修正により図５の説明が可能となるはずである．

ここで述べたように解析では，境界面のゆらぎによって生じる電界 $\tilde{E}$ V m^{-1} が周波数や波数に関わらず，一定（$\tilde{E} \sim f^0$, k^0）であることを想定していた．これは日中に対してはともかく，夜間に高速現象が発生するときの仮定としては適切でなかったのかもしれない．

細かいメカニズムは別にして，現実には発生する電界はゆらぎの振幅やその他の条件で変化するだろう．それらの条件の結果として電界は $\tilde{E} = \tilde{E}\,(f(\omega), g(k))$ となると考えられる．そこで発生電界に対する関数 $f(\omega)$, $g(k)$ の効果を試行錯誤的に調べてみた．

最終的に到達した $\tilde{E} \propto \omega^1 k^{-1}$ とした場合のイオンのエネルギースペクトル $W_{yy} \equiv |u_\mathrm{i}|^2$ を図１２に示す．これは，入力 $|X(i\omega)|$ として $\omega^1 k^{-1}$ に比例した不規則信号を仮定したことになる．この場合，入力信号は白色雑音ではなくなるが，集合平均（ensemble mean）と時間平均（temporal mean）が共にゼロで等しい定常不規則過程（stationary random process）である場合を仮定する．

図１２の太線が $|u_\mathrm{i}|^2$ である．エネルギーも $(\tilde{E}/B)^2$ m^2 s^{-2} を単位としてプロットされている．周波数 0.1 Hz 付近から勾配が生じており図５に近づいたようである．あるいは，力学的な意味の説明に窮するが，$\Im\mathrm{m}[u_\mathrm{i}]^2$ をプロットすると図５をかなりよく再現しているように見える（図１２の破線）．解析的には一貫性が失われているが，データ解析のための観測モデルとしては実用上の価値もあると思われる．

入力信号の関数形，$\tilde{E} \propto \omega^1 k^{-1}$ の意味について考える．発生する電界 $\tilde{E}$ は角周波数 ω s^{-1} に比例し，波数 k m^{-1} に逆比例するということに対する

物理的な根拠は明確でない．ここでは，$\omega^1 k^{-1}$ という要素の組み合わせに注目する．これは波動としての位相速度 $v_\mathrm{p} = \omega/k$ m s^{-1} に一致している．つまり $\tilde{E} \propto v_\mathrm{p}$ であるとも考えられる．ω/k をプロットしたのが図１３である．これも 0.1 Hz 付近から曲線が逓減し始めていて，エネルギー特性と傾向が一致している．そして，$0.01 \lessapprox \omega \lessapprox 10^{1/2}$ s^{-1} の RSM 観測周波数帯域 [1] において，位相速度は $v_\mathrm{p} \approx 1$ m s^{-1} であることが分かる．

よって，ここまで電離層 F 層の下部境界面のゆらぎを外部重力波として解析してきたが，その位相速度は 1 m s^{-1} 程度である場合を想定していたことになる．観測された高速現象の速度成分（スクリーン速度）は 300 m s^{-1} であったが，このままでは説明できない．速度成分を音波の位相速度と考えて前報 [2] では解析した．本報告では，考察対象としている電離層境界面付近のゆらぎが全体として一様な一般風に乗って移動していると考える必要がある．そう考えれば，これまでの解析結果に修正の必要はない．

ALMA サイト（西経 68°）の近傍である西経 75° 付近の低緯度地方における，衛星観測による熱圏風の風速 v_T は，西から東向きの風向を正に採り，ラフな近似では $v_\mathrm{T} \approx 150 \cos\{2\pi (h+4)/24\} + 50$ m s^{-1} と書ける．ただし，h hour は現地時刻である．すなわち，夕方 16 時頃から翌朝の 4 時頃までは東へ向って吹き，夜間の 20 時頃の最大風速が 200 m s^{-1} 前後である．この熱圏風の風向・風速の日周変動と JICAMARCA 電波天文台で観測されたプラズマバブルのドリフト速度の大きさと向きを重ねてプロットするとフィッティングしたように同期していることを示すデータがある [14]．

以上から，RSM で観測された高速現象は，熱圏風に乗って東へ向って移動する電離層 F 層下部境界面のゆらぎ（外部重力波）としてシステム同定したところ矛盾がなかった．

また，RSM における観測周波数帯域に対するゆらぎの波長帯域はオーダー $100 \gtrapprox \lambda \gtrapprox 0.1$ m で検出可能な範囲内であり，これも無矛盾である．

ところで，図１１に示した電子の伝達関数は切点周波数が全く異なるが図３ (d) の切線近似とよく似た曲線概形となっている．これは式 (43),(46),(47) が定性的に２節で求めた伝達関数を説明しているようにも思えるが，いまただちに充分に説得力のある説明ができない．

３節で得たスペクトルが通常の意味の伝達関数を表しているとすれば，これは運動の平均流（主流）成分を観測しているのであり，２節の伝達関数が変動（摂動）成分を観測しているのであれば，乱流運動の特性を捉えているように思える．したがって，図１１，図１２のイオンの周波数特性はイオンそのものというより，電離層境界面のゆらぎの主流成分を表し，図１１の電子の特性が，明確なものとなれば，ゆらぎの変動のようすを示すことになると思われる．両者が確かなものとしてシステム同定されたときに高速現象の描像が確定的に得られることが期待される．

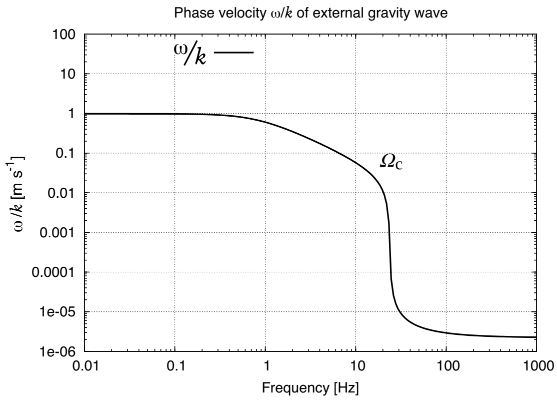


図１３　**Phase velocity of external gravity wave.**

位相速度 ω/k と周波数 $f = \omega/(2\pi)$ の関係.

さらに本報告では触れられなかったが，図５の切点周波数 0.1 Hz をプラズマ周波数 [2] $\omega_p \approx 60$ s$^{-1} \approx 9.5$ Hz に基づくものと考えることもできる．その可能性も追求する必要があるであろう．その方がシンプルかもしれない．

最後に，本報告では電離層 F 層下部境界面のゆらぎを外部重力波として考察した．同じ現象を前報 [2] ではラム波に由来するものとして記述した．両者は全く別のものではなく，分散関係を誘導するひとつの方程式系から得られた解であり，分散関係プロットも同一の領域に存在している [2]．

詳細な理論解析 [15] によれば外部重力波におけるパラメータ（位相速度，郡速度など）を連続的に変化させたときの特別なパラメータの組み合わせのときにラム波やブラント・バイサラ（Brunt-Väisälä）振動を表す特性が得られることが示されている．

すなわち，外部重力波もラム波も境界面付近のみに存在し得る波動であり，ラム波は外部重力波の特殊な場合であると考えられる．そこで，ドリフト速度の説明に有利なラム波と周波数特性の理解に便利な外部重力波を個別に考察した．これらも総合した解析が実施されれば高速現象の本質により近づけるものと思われる．

ALMA 観測が実施される際には，周波数帯域が

$\gtrapprox$ 0.03 Hz である高速現象はノイズとして分離可能である．しかし ALMA は電離圏に近接している．その位相補償の実現においてノイズとして放置しておくわけにもいかないであろう．

7．まとめ

ALMA サイトに設置された電波シーイングモニタ（Radio Seeing Moniter）による観測データの周波数特性を解析した．RSMs の観測データには，対流圏の水蒸気の塊であるスクリーンと，われわれが高速現象と呼ぶ電離圏のイベントの情報が含まれている．高速現象は電離層のプラズマバブルの発生に同期した現象である．大気を情報伝達システムと考えた解析から，スクリーンによる位相変動と，高速現象による位相変動の周波数特性は異なる運動システムに基づくことが確認された．位相変動のスペクトル解析から，対流圏大気の乱流エネルギースペクトルとして知られたパターンが顕れた．これが指標となって電離圏の高速現象に固有のスペクトルがバックグランドノイズの中から同定された．これらの現象は周波数領域が分離されていた．高速現象のスペクトルに対して，電離層境界面のゆらぎとしてシステム同定した．ゆらぎを外部重力波としてモデル化したところ，比較的よい近似となった．

2012 年からの ALMA の本格観測が開始されるまでに位相補償の実現がなされ，本解析がそれに資することができれば幸いである．

謝辞

丸善株式会社出版事業部には書籍からの図版の転載を快く許諾していただいた．査読者には報告者が見逃していた論文を紹介されるなど親身な助言をいただいた．報告者の投稿後の不手際から，出版委員会には大変なご迷惑をおかけした．それにも関わらず寛大な処置をしていただいた．ここに，記して厚く感謝申上げる．

参考文献

1) 石崎秀晴，阪本成一：ALMA サイトに設置された電波シーイングモニタに捉えられた赤道プラズマバブル，国立天文台報第 **9** 巻，35-46（2006）．
2) 石崎秀晴：電波シーイングモニタに捉えられた高速現象の観測モデル構築に関する理論的考察 —ALMA 観測における位相補償の実現を目指して，国立天文台報第 **10** 巻，23-41(2007)．
3) 高橋富士信，近藤哲朗，高橋幸雄：VLBI 技術,（株）オーム社，217-221（1997）．
4) T. Ogawa, Y. Otsuka, K. Shiokawa, A. Saito, and M. Nishioka: *Ionospheric Disturbances Over Indonesia and Their Possible Association With Atmospheric Gravity Waves From the Troposphere*, Journal of the Meteorological Society of Japan, Vol. **84A**, 327-342 (2006).
5) Y. Otsuka, K. Shiokawa, and T. Ogawa: *Equatorial Ionospheric Scintillations and Zonal Irregularity Drifts Observed with Closely-Spaced GPS Receivers in Indonesia*, Journal of the Meterological Society of Japan Vol. **84A**, 343-351 (2006).
6) H. Ishizaki, and S. Sakamoto: *Velocity and structure function of phase screen aloft Chajnantor*, ALMA memo No. **529**, 1-14 (2005). `http://www.alma.nrao.edu/memos/`
7) 城戸健一：ディジタル信号処理入門，丸善（株），49-56 (1985).
8) 足立修一：制御のためのシステム同定，東京電機大学出版局，2（1996）．
9) 吉澤　徴：流体力学，東京大学出版会，222-224（2001）．
10) 木田重雄，柳瀬眞一郎：乱流力学,（株）朝倉書店，90-92, 159-163（1999）．
11) 日野幹男：流体力学,（株）朝倉書店，380（1992）．
12) 日本流体力学会編：流体力学ハンドブック，丸善（株），口絵写真 (1987).
13) 日野幹男：スペクトル解析,（株）朝倉書店，126（1977）．
14) M. C. Kelley, and R. A. Heelis: *The Earth's Ionosphere*: *Plasma Phisics and Electrodynamics*, ACADEMIC PRESS, INC.，72-73 (1989).
15) R. L. Walterscheid and J. H. Hecht: *A reexamination of evanescent acoustic-gravity waves: Special properties and aeronomical significance*, Journal of Geophycical Reserch, Vol. **108**, No. D11, 4340 (2003).